ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր
Том 114 2014 № 1
Volume

МЕХАНИКА

УДК 539.3

Д. К. Гаспарян, К. Б. Казарян

Связанные волны в электро-магнито-упругой пьезоактивной среде

(Представлено чл.-кор. НАН РА А.С.Аветисяном 4/XII 2013)

Ключевые слова: *электро-магнито-упругая пьезоактивная среда, пьезоэлектрик, пьезомагнетик, связанные волны.*

Работа посвящена вопросу распространения связанных волн в электро-магнито-упругой пьезоактивной среде (ЭМУП). Первые результаты относительно магнито-электро-пьезоэффекта были приведены в работе [1]. В ЭМУП материале одновременно проявляются пьезоэлектрические и пьезомагнитные эффекты, этот материал имеет способность взаимно трансформировать энергию магнетизма, упругости или электричества и обладает новым электро-магнито-упругим эффектом, который не существует в однофазных пьезоэлектрических или пьезомагнитных материалах. В природе ЭМУП материалы встречаются редко, и эффекты, возникающие в них, очень слабы. Однако в искусственных композитных материалах электро-магнито-упругие эффекты ярко выражены, что делает их востребованными в технологических применениях. Впервые электро-магнито-упругий материал был получен путем комбинирования пьезоэлектрика $BaTiO_3$ и пьезомагнетика $CoFe_2O_4$ в одном искусственном материале [2]. Обзор исследований, касающихся ЭМУП материалов, приводится в работах [3, 4]. Новый метод синтезирования искусственного кристалла, обладающего сильным электро-магнито-упругим взаимодействием, изложен в [5].

Исследования, связанные с проблемами распространения объемных и поверхностных волн в этих материалах, опубликованы в [6-13]. В квазистатическом приближении были исследованы: интерфейсные поверхностные волны на границе различных сред, волны Гуляева –Блюстейна в однородном и неоднородном полупространстве гексагональной симметрии, поверхностные волны типа Рэлея в средах кубической симметрии, волны Лява в слоистых средах, волны Лемба в пластине. Задачи изгиба упругой и термоупругой пластин, изготовленных из ЭМУП материалов, рассмотрены в [14, 15].

Все вышеприведенные задачи решались в квазистатической постановке, когда в уравнениях электродинамики Максвелла пренебрегаются производные по времени. Данная постановка с большой точностью описывает эффекты влияния электромагнитного поля на характеристики упругих полей, однако она не может в полной мере определять взаимосвязанный волновой процесс в ЭМУП. В частности, квазистатический подход не позволяет исследовать вопросы отражения и преломления электромагнитных волн [16], эффекты связанности электромагнитного и упругих полей, приводящих к поляритонному взаимодействию (внутреннему резонансу), как это имеет место в пьезоэлектриках с периодической структурой [17].

В отсутствие массовых сил, электрических зарядов и электрического тока уравнения состояния, уравнения равновесия и полная система уравнений электродинамики Максвелла в ЭМУП среде запишутся так [4]:

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{E} + \mathbf{g}\cdot\mathbf{H} + \mathbf{e}:\mathbf{S}, \qquad \mathbf{B} = \boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{H} + \mathbf{g}\cdot\mathbf{E} + \mathbf{d}:\mathbf{S};$$
$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{c}:\mathbf{S} - \mathbf{e}\cdot\mathbf{E} - \mathbf{d}\cdot\mathbf{H} = 0, \tag{1}$$
$$\vec{\nabla}\cdot\boldsymbol{\sigma} = \rho\frac{\partial^2\mathbf{U}}{\partial t^2}; \vec{\nabla}\times\mathbf{H} = \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}; \qquad \vec{\nabla}\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}; \qquad \vec{\nabla}\cdot\mathbf{B} = 0; \vec{\nabla}\cdot\mathbf{D} = 0.$$

Здесь необходимо отметить, что в случае пьезоэлектрической среды имеем $\mathbf{d} = 0$; $\mathbf{g} = 0$, а в случае пьезомагнитной среды $\mathbf{e} = 0$; $\mathbf{g} = 0$.

Волновой процесс в ЭМУП рассмотрим для трансверсально изотропной среды гексогональной симметрии, когда плоскость (x, y) является плоскостью симметрии, а ось z совпадает с направлением кристаллографической оси [15].

Уравнения состояния этой среды имеют вид:

$$\begin{aligned}
B_x &= d_{15}(\partial_z U_x + \partial_x U_z) + g_{11}E_x + \mu_{11}H_x;\\
B_y &= d_{15}(\partial_z U_y + \partial_y U_z) + g_{11}E_y + \mu_{11}H_y;\\
B_z &= d_{31}(\partial_x U_x + \partial_y U_y) + d_{33}\partial_z U_z + g_{33}E_z + \mu_{33}H_z;\\
D_x &= e_{15}(\partial_z U_x + \partial_x U_z) + \varepsilon_{11}E_x + g_{11}H_x;\\
D_y &= e_{15}(\partial_z U_y + \partial_y U_z) + \varepsilon_{11}E_y + g_{11}H_y;\\
D_z &= e_{31}(\partial_x U_x + \partial_y U_y) + e_{33}\partial_z U_z + \varepsilon_{33}E_z + g_{33}H_z;\\
\sigma_{yz} &= c_{44}(\partial_z U_y + \partial_y U_z) - e_{15}E_y - d_{15}H_y;\\
\sigma_{xz} &= c_{44}(\partial_z U_x + \partial_x U_z) - e_{15}E_x - d_{15}H_x;\\
\sigma_{xy} &= \frac{(c_{11} - c_{12})}{2}(\partial_y U_x + \partial_x U_y);\\
\sigma_{xx} &= c_{11}\partial_x U_x + c_{12}\partial_y U_y + c_{13}\partial_z U_z - e_{31}E_z - d_{31}H_z;\\
\sigma_{yy} &= c_{12}\partial_x U_x + c_{11}\partial_y U_y + c_{13}\partial_z U_z - e_{31}E_z - d_{31}H_z;\\
\sigma_{zz} &= c_{13}\partial_x U_x + c_{13}\partial_y U_y + c_{33}\partial_z U_z - e_{31}E_z - d_{31}H_z;
\end{aligned} \tag{2}$$

$$\left(\partial_z \equiv \partial/\partial z, \partial_x \equiv \partial/\partial x, \partial_y \equiv \partial/\partial y\right).$$

В (1,2) $\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}\ \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}$ есть компоненты тензора напряжений $\boldsymbol{\sigma}$ второго ранга, U_x, U_y, U_z – компоненты вектора упругого перемещения $\mathbf{U}$, B_x, B_y, B_z – компоненты вектора магнитной индукции $\mathbf{B}$, D_x, D_y, D_z –компоненты вектора электрической индукции $\mathbf{D}$, H_x, H_y, H_z – компоненты вектора магнитного поля **H,** E_x, E_y, E_z – компоненты вектора электрического поля **E,** $\mathbf{c}$ –тензор упругости четвертого ранга, c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{33}, c_{44} – модули упругости, $\mathbf{S} = 0.5\left(\vec{\nabla}\cdot\mathbf{U} + \left(\vec{\nabla}\cdot\mathbf{U}\right)^T\right)$ – тензор деформации второго ранга, $\boldsymbol{\mu}$ – тензор магнитной проницаемости второго ранга, μ_{11}, μ_{33} – коэффициенты магнитной проницаемости, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор электрической проницаемости второго ранга $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{33}$ – коэффициенты электрической проницаемости, $\mathbf{e}$ – тензор пьезоэлектрических модулей третьего ранга, e_{31}, e_{15}, e_{33} – коэффициенты пьезоэлектрических модулей, $\mathbf{d}$ – тензор пьезомагнитных модулей третьего ранга, d_{31}, d_{15}, d_{33} – коэффициенты пьезомагнитных модулей, $\mathbf{g}$ – тензор обменных электромагнитных модулей третьего ранга, g_{11}, g_{33} – электромагнитные обменные модули, соответственно, $\vec{\nabla}$ – набла вектор, ρ – плотность среды, знак $(\cdot)$ соответствует операции свертки тензоров, знак (:) соответствует операции двойной свертки тензоров, знак $(\times)$ соответствует операции векторного произведения векторов.

Подставив соотношения (1) в уравнения (2), придем к системе трехмерных уравнений относительно функций $U_x, U_y, U_z, H_x,\ H_y, H_z, E_x, E_y, E_z$.

Рассмотрим сначала вопрос распространения электромагнитных волн в недеформированной среде в формальном предположении $\mathbf{U} = 0$. Представив решения в виде монохроматичных волн

$$\mathbf{H} = \tilde{\mathbf{H}}\exp[i(k_x x + k_y y + rz - \omega t)];\ \mathbf{E} = \tilde{\mathbf{E}}\exp[i(k_x x + k_y y + rz - \omega t)],$$

где k_x, k_y, r – волновые числа, ω – частота электромагнитных волн, мы придем к следующей однородной системе уравнений:

$$\begin{pmatrix} \omega\varepsilon_{11} & 0 & 0 & g_{11}\beta & -r & k_y \\ 0 & -\omega\varepsilon_{11} & 0 & -r & -g_{11}\beta & k_x \\ 0 & 0 & \omega\varepsilon_{33} & -k_y & k_x & g_{33}\omega \\ -g_{11}\omega & -r & k_y & -\omega\mu_{11} & 0 & 0 \\ -r & g_{11}\omega & k_x & 0 & \omega\mu_{11} & 0 \\ -k_y & k_x & -g_{33}\omega & 0 & 0 & -\omega\mu_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{E}_z \\ \tilde{H}_x \\ \tilde{H}_y \\ \tilde{H}_z \end{pmatrix} = 0. \qquad (3)$$

Приравняв определитель системы (3) к нулю, получим следующее дисперсионное уравнение:

$$j_1^2 j_3 \omega^4 - j_1\omega^2(2j_3 r^2 + p^2 j_{13}) + j_1 p^4 + r^2(j_3 r^2 + p^2 j_{13}) = 0, \qquad (4)$$

где

$$p=\sqrt{\mathrm{k}_x^2+\mathrm{k}_y^2},$$

$$j_1=\varepsilon_{11}\mu_{11}-g_{11}^2,\quad j_3=\varepsilon_{33}\mu_{33}-g_{33}^2,$$

$$j_{13}=\varepsilon_{33}\mu_{11}+\varepsilon_{11}\mu_{33}-2g_{11}g_{33}.$$

Из (4) найдем частоты электромагнитных волн

$$\omega_1^2=\frac{p^2\left(j_{13}-\sqrt{j_{13}^2-4j_1j_3}\right)+2j_3r^2}{2j_1j_3};\omega_2^2=\frac{p^2\left(j_{13}+\sqrt{j_{13}^2-4j_1j_3}\right)+2j_3r^2}{2j_1j_3}. \quad (5)$$

Для любых значений p и r $\omega_{1,2}^2$ должно быть положительным. Это обстоятельство накладывает следующие ограничения на материальные постоянные материала:

$$j_1>0;\quad j_3>0;\quad j_{13}^2>4j_1j_3. \quad (6)$$

Отметим также, что первые два условия (6) были получены в [4] из энергетических соотношений.

При $\mathbf{g}=0$ имеем

$$\omega_1=\sqrt{\frac{p^2}{\varepsilon_{11}\mu_{33}}+\frac{r^2}{\varepsilon_{11}\mu_{33}}};\omega_2=\sqrt{\frac{p^2}{\varepsilon_{33}\mu_{11}}+\frac{r^2}{\varepsilon_{11}\mu_{11}}}. \quad (7)$$

Рассмотрим теперь вопрос распространения связанных электро-магнито-упругих волн в плоскости (x,y). Представив перемещения U_x,U_y посредством потенциалов $\varphi(x,y,\mathrm{t})$, $\psi(x,y,t)$

$$U_x=\partial_x\varphi-\partial_y\psi;\ U_y=\partial_y\varphi+\partial_x\psi, \quad (8)$$

подставив соотношения (1) в уравнения (2), двумерные уравнения, описывающие волновой процесс, после некоторых преобразований запишем как

$$\hat{L}_t\psi=0; \quad (9)$$

$$\begin{gathered}
c_{11}\hat{L}_e\varphi=e_{31}E_z+d_{31}H_z;\\
\varepsilon_{11}\hat{L}_\varepsilon E_z+\hat{L}_gH_z=j_1e_{31}\frac{\partial^2(\Delta\varphi)}{\partial t^2};\\
\hat{L}_gE_z+\mu_{11}\hat{L}_\mu H_z=j_1d_{31}\frac{\partial^2(\Delta\varphi)}{\partial t^2};
\end{gathered} \quad (10)$$

$$c_{44}\left(1+\frac{r_\varepsilon^2+r_\mu^2-2r_\varepsilon r_\mu\gamma}{1-\gamma^2}\right)\Delta U_z=\rho\frac{\partial^2U_z}{\partial t^2}; \quad (11)$$

$$\begin{gathered}
j_1\frac{\partial\mathbf{E_0}}{\partial t}=-\left(e_{15}\mu_{11}-d_{15}g_{11}\right)\vec{\nabla}\left(\frac{\partial U_z}{\partial t}\right)+\vec{\nabla}\times\left[\mathbf{i}_z\left(g_{11}E_z+\mu_{11}H_z\right)\right];\\
j_1\frac{\partial\mathbf{H}_0}{\partial t}=-\left(d_{15}\,\varepsilon_{11}-e_{15}\,g_{11}\right)\vec{\nabla}\left(\frac{\partial U_z}{\partial t}\right)-\vec{\nabla}\times\left[\mathbf{i}_z\left(\varepsilon_{11}E_z+g_{11}H_z\right)\right].
\end{gathered} \quad (12)$$

Здесь $\mathbf{E_0}=(\mathrm{E}_x,\mathrm{E}_y);\mathbf{H_0}=(H_x,H_y)$, $\mathbf{i_z}$ – орт вектор оси z, r_ε^2 есть безразмерный коэффициент электромеханической связи, r_μ^2 – безразмерный коэффициент магнитомеханической связи, $\gamma(\gamma<1)$ – безразмерный коэффициент обменной связи

$$r_\varepsilon^2 = e_{15}^2 \big/ \left(\varepsilon_{11} c_{44}\right); r_\mu^2 = d_{15}^2 \big/ \left(\mu_{11} c_{44}\right);\ \gamma = g_{11} \big/ \sqrt{\varepsilon_{11}\mu_{11}}\,,$$

а операторы $\hat{L}_\varepsilon, \hat{L}_\mu, \hat{L}_g, \hat{L}_e, \hat{L}_t$ имеют вид

$$\hat{L}_\varepsilon \equiv \Delta - \frac{\mathrm{j}_1 \varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}} \frac{\partial^2}{\partial t^2}; \hat{L}_\mu \equiv \Delta - \frac{\mathrm{j}_1 \mu_{33}}{\mu_{11}} \frac{\partial^2}{\partial t^2}; \qquad \hat{L}_g \equiv g_{11}\Delta - \mathrm{j}_1 g_{33} \frac{\partial^2}{\partial t^2};$$

$$\hat{L}_e \equiv \Delta - \frac{\rho}{c_{11}} \frac{\partial^2}{\partial t^2}; \hat{L}_t \equiv \Delta - \frac{2\rho}{\left(c_{11} - c_{12}\right)} \frac{\partial^2}{\partial t^2};\ \Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Из анализа уравнений (9-12) следует, что в отличие от пьезоэлектрической среды [17], для ЭМУП среды не имеет места разделение уравнений плоской деформации и антиплоской деформации.

Раздельные уравнения плоской и антиплоской деформаций для пьезоэлектрической среды можно получить из уравнений (9-12) при

$$d_{31} = d_{15} = 0; \mathrm{g}_{11} = g_{33} = 0:$$

а) плоская деформация

$$\hat{L}_t \psi = 0;\ c_{11}\hat{L}_e \varphi = e_{31} E_z;$$
$$\varepsilon_{11} \hat{L}_\varepsilon E_z = j_1 e_{31} \frac{\partial^2 \left(\Delta\varphi\right)}{\partial t^2}; \quad j_1 \frac{\partial \mathbf{H_0}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \left(\varepsilon_{11} E_z \mathbf{i_z}\right); \tag{13}$$

б) антиплоская деформация

$$c_{44}\left(1 + r_\varepsilon^2\right)\Delta U_z = \rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2};\ \hat{L}_\mu H_z = 0;$$
$$j_1 \frac{\partial \mathbf{E_0}}{\partial t} = -e_{15}\mu_{11} \vec{\nabla}\left(\frac{\partial U_z}{\partial t}\right) + \vec{\nabla} \times \left(\mu_{11} H_z \mathbf{i}_z\right). \tag{14}$$

Раздельные уравнения для пьезомагнитной среды при $e_{31} = e_{15} = 0$; $\mathrm{g}_{11} = g_{33} = 0$ имеют вид:

а) плоская деформация

$$j_1 \frac{\partial \mathbf{E_0}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \left(\mu_{11} H_z \mathbf{i}_z\right);$$
$$\hat{L}_t \psi = 0;\ c_{11} \hat{L}_e \varphi = d_{31} H_z;$$
$$\mu_{11} \hat{L}_\mu H_z = j_1 d_{31} \frac{\partial^2 \left(\Delta\varphi\right)}{\partial t^2}; \tag{15}$$

б) антиплоская деформация

$$c_{44}\left(1 + r_\mu^2\right)\Delta U_z = \rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2};\ \hat{L}_\varepsilon E_z = 0;$$
$$j_1 \frac{\partial \mathbf{H}_0}{\partial t} = -d_{15}\, \varepsilon_{11} \vec{\nabla}\left(\frac{\partial U_z}{\partial t}\right) - \vec{\nabla} \times \left(\varepsilon_{11} E_z \mathbf{i}_z\right). \tag{16}$$

Отметим, что для пьезоэлектрической среды разделение плоского и антиплоского состояний в рамках полной системы уравнений Максвелла имеет место также и в краевых задачах, а именно, разделяются как уравнения, так и граничные(контактные) условия [16, 17].

В квазистатической постановке в рамках уравнений электро-магнитостатики [13]

$$\vec{\nabla} \times \mathbf{H} = 0; \qquad \vec{\nabla} \times \mathbf{E} = 0; \qquad \vec{\nabla} \cdot \mathbf{B} = 0; \qquad \vec{\nabla} \cdot \mathbf{D} = 0 \tag{17}$$

имеем следующие уравнения, описывающие плоское и антиплоское состояния:

$$\hat{L}_t\psi = 0; \qquad c_{11}\hat{L}_e\varphi = 0; \\ H_z = 0; \qquad E_z = 0; \tag{18}$$

$$g_{11}\vec{\nabla}\cdot\mathbf{H}_0 + \varepsilon_{11}\vec{\nabla}\cdot\mathbf{E}_0 = -e_{15}\Delta U_z; \\ \mu_{11}\vec{\nabla}\cdot\mathbf{H}_0 + g_{11}\vec{\nabla}\cdot\mathbf{E}_0 = -d_{15}\Delta U_z. \tag{19}$$

$$\mathbf{H}_0 = -\vec{\nabla}f; \mathbf{E}_0 = -\vec{\nabla}\phi;$$

$$c_{44}\left(1+\frac{r_\varepsilon^2 + r_\mu^2 - 2r_\varepsilon r_\mu\gamma}{1-\gamma^2}\right)\Delta U_z = \rho\frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}. \tag{20}$$

Отметим, что в квазистатической постановке в плоском состоянии электромагнитный эффект отсутствует.

Для волн в безграничной среде, представляя в (9-12) решения в виде

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0\exp[i(k_x x + k_y y - \omega t)], \qquad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0\exp[i(k_x x + k_y y - \omega t)],$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_0\exp[i(k_x x + k_y y - \omega t)],$$

придем к следующим соотношениям для фазовых скоростей $a = \omega/p$ связанных волн:

$$a_v = \sqrt{(c_{11} - c_{12})/2\rho}; \\ a_t = p\sqrt{\mathrm{c}_{44}(1 + r_\varepsilon^2 + r_\mu^2 - 2r_\varepsilon r_\mu\gamma)\rho^{-1}\left(1-\gamma^2\right)^{-1}}; \tag{21}$$

$$1 - \frac{j_1 j_3 a^6}{a_l^2} - \frac{a^2}{a_l^2}\left[1 + a_l^2 j_{13} + a_l^2\varepsilon_{11}\mu_{11}\left(f_\varepsilon^2 + f_\mu^2 - 2\gamma f_\varepsilon f_\mu\right)\right] + \\ + \frac{a^4}{a_l^2}\left[j_{13} + a_l^2 j_3 j_1 + a_l^2\varepsilon_{33}\mu_{33} j_1\left(s_\varepsilon^2 + s_\mu^2 - 2\vartheta s_\varepsilon s_\mu\right)\right] = 0. \tag{22}$$

Здесь

$$a_l = \sqrt{c_{11}/\rho},\ f_\varepsilon = e_{31}^2\big/\left(\varepsilon_{11}c_{11}\right),\ f_\mu = d_{15}^2\big/\left(\mu_{11}c_{11}\right), \\ s_\varepsilon = e_{31}^2\big/\left(\varepsilon_{33}c_{11}\right), s_\mu = d_{31}^2\big/\left(\mu_{33}c_{11}\right); \vartheta_3 = g_{33}\big/\sqrt{\varepsilon_{33}\mu_{33}}.$$

В (22) a_v есть скорость чисто упругой поперечной SV-волны, a_t – скорость упругой поперечной SH-волны, для которой электромагнитный эффект может привести к существенному увеличению ее скорости [2, 3]. Уравнение (22) имеет три решения, соответствующие двум быстрым квазиэлектромагнитным волнам, и имеющие различные скорости и одной медленной квазиупругой продольной P-волне. Для пьезоэлектрической [18] или пьезомагнитной среды уравнение (22) распадается на уравнения, соответственно, имеющие в качестве решения одну чисто электромагнитную волну, и решения, соответствующие квазиупругой волне продольной P-волны и квазиэлектромагнитной волне:

$$\left[a_l^2 r_{3\mu}^2 a^2 - \left(a_l^2 - a^2\right)\left(\frac{1}{\varepsilon_{11}\mu_{33}} - a^2\right)\right]\left(\frac{1}{\varepsilon_{33}\mu_{11}} - a^2\right) = 0; \tag{23}$$

$$\left[a_l^2 r_{3\varepsilon}^2 a^2 - \left(a_l^2 - a^2\right)\left(\frac{1}{\varepsilon_{33}\mu_{11}} - a^2\right)\right]\left(\frac{1}{\varepsilon_{11}\mu_{33}} - a^2\right) = 0. \qquad (24)$$

Несмотря на связанный характер системы уравнений в (9-12) эту систему уравнений можно решить последовательно решая: уравнение (9) относительно функции $\psi(x,y,t)$, связанную систему (10) относительно функций $\varphi(x,y,\mathrm{t}), E_z(x,y,\mathrm{t}), H_z(x,y,\mathrm{t})$, уравнение (11) относительно функции $U_z(x,y,t)$. Используя решение этих уравнений, из системы (12) можно определить остальные функции

$$E_x(x,y,t), E_y(x,y,t),\ \ H_x(x,y,t), E_y(x,y,t).$$

Заключение. На основе динамического подхода в рамках полной системы уравнений электродинамики Максвелла получены двумерные связанные уравнения распространения электро-магнито-упругих волн в электро-магнито-упругой пьезоактивной среде гексагональной симметрии, позволяющие решение нового класса задач, в частности, задач распространения и внутреннего резонанса электро-магнито-упругих волн в периодических структурах. Установлено, что в отличие от квазистатического подхода динамический подход не допускает разделения уравнений плоской и антиплоской деформаций.

Институт механики НАН РА

Д. К. Гаспарян, К. Б. Казарян

Связанные волны в электро-магнито-упругой пьезоактивной среде

В рамках полной системы уравнений электродинамики и уравнений теории упругости получены двумерные уравнения, описывающие связанный волновой процесс в электро-магнито-упругой пьезоактивной среде гексагональной симметрии.

Դ. Կ. Գասպարյան, Կ. Բ. Ղազարյան

Կապակցված ալիքները էլեկտրա-մագնիսա-առաձգական պիեզոակտիվ միջավայրում

Էլեկտրոդինամիկայի հավասարումների լրիվ համակարգի և առաձգականության տեսության հավասարումների հիման վրա դուրս են բերվել երկչափ հավասարումներ, որոնք նկարագրում են ալիքային գործընթացները էլեկտրա-մագնիսա-առաձգական հեքսագոնալ համաչափությամբ պիեզոակտիվ միջավայրում:

D. K. Gasparyan, K. B. Ghazaryan

Coupled Waves in Piezoactive Electro-Magneto-Elastic Medium

Based on complete system of electrodynamics equations and the theory of elasticity equations, the two-dimensional equations describing the coupled wave process in piezoactive electro-magneto-elastic medium of hexagonal symmetry are received.

Литература

1. *Suchtelen Van J.* - Philips Research Reports, 1972. V. 27. P. 28-37.
2. *Boomgaard J. Van Den, Run A.M.J.G.Van, Suchtelen J.Van* – Ferroelectrics. 1976. V. 14. P. 727-728.
3. *Eerenstein W., Mathur N. D., Scott J. F.* - Nature. 2006. V. 442. P. 759-765.
4. *Nan C. W., Bichurin M.I., Dong S.X., Viehland D., Srinvasan G.* - Journal of Applied Physics. 2008. V. 103. P.0131101/1-34.
5. *Srinivas A., Raja M.M., SivaprahasamD., Saravanan P.* - Processing and Application of Ceramics. 7. 1.(2013). P. 29–35.
6. *Zakharenko A. A.* - Waves in Random and Complex Media. 2013. V. 23. N 4. P. 373-382.
7. *Peng Li, Feng Jin ,Zhenghua Qian* - European J. Mech. A/Solids. 2013. V. 37. P.17-23.
8. *Piliposyan D.,* - Multidiscipline Modeling in Materials and Structures. 2012. V. 8. Iss: 3. P. 417 – 426.
9. *Zakharenko A. A.* - Open Journal of Acoustics. 2012. N 2. P.104-114.
10. *Feng W. J., Pan E., Wang X., Jin J.* - Acta Mech. 2009. V. 202. P. 127-134.
11. *Du J.K., Jin X.Y. ,Wang J.* - Science in China. Series G , Physics Mechanics & Astronomy. 2008. V. 51. P. 617-631.
12. *X. Wu, Y. Shen, Q. Sun,*. Applied Acoustics. 68(2007). P.1224-1240.
13. *Melkumyan A.* - International Journal of Solids and Structures. 2007. V. 44. P. 3594-3599.
14. *Kondaiah P., Shankar K., Ganesan N.* - Coupled Systems Mechanics. 2013. V. 2. N 1. P.1-22.
15. *Mei-Feng Liu* - Applied Mathematical Modelling. 2011. V. 35. P. 2443–2461
16. *Белубекян М. В.* В кн.:Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Ереван. Изд. «Гитутюн» НАН РА. 2008. С. 125-130.
17. *Piliposyan D. G., Ghazaryan K. B., Piliposian G. T.* - Ultrasonics. 2014. V. 54. N 2. P. 644–654
18. *Auld B. A.* Acoustic Fields and Waves in Solids. V. 1. 1973. Wiley. N. Y. 423 p.