ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր Том Volume 114 2014 № 4

МЕХАНИКА

УДК 539.3

Академик С. А. Амбарцумян[1],
член-корреспондент НАН РА С. О. Саркисян[2]

Основные уравнения плоской задачи наследственной теории для микрополярных материалов и построение прикладной наследственной теории изгиба микрополярных балок

(Представлено 25/ VII 2014)

Ключевые слова: *микрополярный, упругий, наследственный, плоское напряженное состояние, тонкий, балка, прикладная теория.*

Введение. Классическая наследственная (вязкоупругая) теория твердых материалов, основанная на фундаментальных концепциях Больцмана и Вольтерра, благодаря трудам [1-6] получила большое развитие при расчетах на прочность и устойчивость элементов конструкций и широкое применение в различных областях техники. Связь теории деформирования микронеоднородных вязкоупругих тел и моментной теории вязкоупругости изучена в работе [7].

Цель данной работы – построение основных уравнений наследственной теории микрополярных материалов (для плоского случая) и прикладной наследственной теории изгиба микрополярных балок.

1. Основные уравнения наследственной теории микрополярных материалов (плоская задача). Рассмотрим изотропный микрополярный вязкоупругий параллелепипед $(2h\times\alpha\times 2h_1)$. Координатную плоскость x_1x_3 разместим в срединной плоскости параллелепипеда. Ось x_3 направим по высоте, а ось x_1 – по длине параллелепипеда, который делит пополам высоту $2h$. Предположим, что в параллелепипеде в направлении оси x_2 осуществлено плоское напряженное состояние.

Отметим, что известный принцип наследственной упругости Больцмана–Вольтерра [1-6] для классического случая ниже будем принимать за основу и в микрополярной теории. Полная деформация и изгиб-кручения в точке тела складываются из их мгновенных значений, которые определяются силовым и моментным напряжениями, действующими в данный момент времени, и наследуемой составляющей деформаций и изгиб-кручений.

Основные уравнения плоской задачи (в области прямоугольника $0 \le x_1 \le a, -h \le x_3$) микрополярной теории вязкоупругости с независимыми полями перемещений и вращений имеют вид (считаем, что процессы деформаций настолько медленные, что инерционными членами в уравнениях движения можно пренебречь, т.е. будем считать, что рассматриваемая задача квазистатическая):

Уравнения равновесия

$$\frac{\partial\sigma_{11}(t)}{\partial x_1}+\frac{\partial\sigma_{31}(t)}{\partial x_3}=0, \qquad \frac{\partial\sigma_{13}(t)}{\partial x_1}+\frac{\partial\sigma_{33}(t)}{\partial x_3}=0,$$

$$\frac{\partial\mu_{12}(t)}{\partial x_1}+\frac{\partial\mu_{32}(t)}{\partial x_3}-\left(\sigma_{13}(t)-\sigma_{31}(t)\right)=0,$$

Физические соотношения

$$\gamma_{11}(t)=\frac{\sigma_{11}(t)}{E}-\frac{\nu}{E}\sigma_{33}(t)+\int_{-\infty}^{t}[P_{11}(t-\tau)\cdot\sigma_{11}(\tau)+P_{12}(t-\tau)\cdot\sigma_{33}(\tau)]d\tau,$$

$$\gamma_{33}(t)=\frac{\sigma_{33}(t)}{E}-\frac{\nu}{E}\sigma_{11}(t)+\int_{-\infty}^{t}[P_{12}(t-\tau)\cdot\sigma_{11}(\tau)+P_{11}(t-\tau)\cdot\sigma_{33}(\tau)]d\tau,$$

$$\gamma_{13}(t)=\frac{\mu+\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{13}(t)-\frac{\mu-\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{31}(t)+\int_{-\infty}^{t}[P_{13}(t-\tau)\cdot\sigma_{13}(\tau)+P_{31}(t-\tau)\cdot\sigma_{31}(\tau)]d\tau, \quad (1.2)$$

$$\gamma_{31}(t)=\frac{\mu+\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{31}(t)-\frac{\mu-\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{13}(t)+\int_{-\infty}^{t}[P_{31}(t-\tau)\cdot\sigma_{31}(\tau)+P_{13}(t-\tau)\cdot\sigma_{13}(\tau)]d\tau,$$

$$\chi_{32}(t)=\frac{1}{B}\mu_{32}(t)+\int_{-\infty}^{t}P(t-\tau)\cdot\mu_{32}(\tau)\,d\tau, \quad \chi_{12}(t)=\frac{1}{B}\mu_{12}(t)+\int_{-\infty}^{t}P(t-\tau)\cdot\mu_{12}(\tau)\,d\tau,$$

Для обратной связи будем иметь

$$\sigma_{11}(t)=\frac{E}{1-\nu^2}\gamma_{11}(t)+\frac{E\nu}{1-\nu^2}\gamma_{33}(t)+\int_{-\infty}^{t}\left[R_{11}(t-\tau)\gamma_{11}(\tau)+R_{12}(t-\tau)\gamma_{33}(\tau)\right]d\tau,$$

$$\sigma_{33}(t)=\frac{E}{1-\nu^2}\gamma_{33}(t)+\frac{E\nu}{1-\nu^2}\gamma_{11}(t)+\int_{-\infty}^{t}\left[R_{12}(t-\tau)\gamma_{11}(\tau)+R_{11}(t-\tau)\gamma_{33}(\tau)\right]d\tau,$$

$$\sigma_{13}(t)=(\mu+\alpha)\gamma_{13}(t)+(\mu-\alpha)\gamma_{31}(t)+\int_{-\infty}^{t}\left[R_{13}(t-\tau)\gamma_{13}(\tau)+R_{31}(t-\tau)\gamma_{31}(\tau)\right]d\tau, \quad (1.2)'$$

$$\sigma_{31}(t)=(\mu+\alpha)\gamma_{31}(t)+(\mu-\alpha)\gamma_{13}(t)+\int_{-\infty}^{t}\left[R_{31}(t-\tau)\gamma_{13}(\tau)+R_{13}(t-\tau)\gamma_{31}(\tau)\right]d\tau,$$

$$\mu_{12}(t)=B\cdot\chi_{12}(t)+\int_{-\infty}^{t}Q(t-\tau)\chi_{12}(\tau)d\tau, \quad \mu_{32}(t)=B\cdot\chi_{32}(t)+\int_{-\infty}^{t}Q(t-\tau)\chi_{32}(\tau)d\tau.$$

Геометрические соотношения

$$\gamma_{11}(t)=\frac{\partial V_1(t)}{\partial x_1},\ \gamma_{33}(t)=\frac{\partial V_3(t)}{\partial x_3},\ \gamma_{13}(t)=\frac{\partial V_3(t)}{\partial x_1}-\omega_2,\ \gamma_{31}(t)=\frac{\partial V(t)_1}{\partial x_3}-\omega_2,$$

$$\chi_{32}(t)=\frac{\partial \omega_2(t)}{\partial x_3},\ \chi_{12}(t)=\frac{\partial \omega_2(t)}{\partial x_1}. \qquad (1.3)$$

Здесь, $\sigma_{11}, \sigma_{33}, \sigma_{31}, \sigma_{13}$ – компоненты силовых напряжений; μ_{12}, μ_{32} – компоненты моментных напряжений; $\gamma_{11}, \gamma_{33}, \gamma_{31}, \gamma_{13}$ – компоненты деформации; χ_{12}, χ_{32} – компоненты изгиб-кручений; V_1, V_3 – перемещения; ω_2 – свободный поворот точек прямоугольника вокруг оси x_2; E,ν,μ,α,B – упругие постоянные в данный момент времени; $P_{11}(t-\tau)$, $P_{12}(t-\tau)$, $P_{13}(t-\tau)$, $P_{31}(t-\tau)$, $\tilde{P}(t-\tau)$ – ядра ползучести; $R_{11}(t-\tau)$, $R_{12}(t-\tau)$, $R_{13}(t-\tau)$, $R_{31}(t-\tau)$, $Q(t-\tau)$ – ядра релаксации микрополярного материала. Значения как упругих постоянных, так и ядра ползучести или релаксации микрополярного вязкоупругого тела должны определяться на основе экспериментальных исследований (с использованием при этом результатов численного анализа соответствующих прикладных моделей деформации вязкоупругих микрополярных тонких балок, пластин и оболочек). В связи с этим отметим, что для определения упругих констант микрополярных материалов в настоящее время были сделаны определенные опыты (см., например, работу [9]), но в наследственной теории микрополярных материалов, насколько нам известно, опытов не проводилось. В этой работе подход чисто теоретический, в то же время эта важная, с нашей точки зрения, проблема ставится перед экспериментаторами.

К основным уравнениям (1.1)-(1.3) плоской задачи микрополярной вязкоупругости необходимо присоединить соответствующие граничные условия (рассмотрим антисимметричную по координате x_3 задачу, т.е. задачу изгиба прямоугольника).

На лицевых линиях прямоугольника $x_3=\pm h$ будем считать заданными напряжения

$$\sigma_{31}\big|_{x_3=\pm h}=p_1,\quad \sigma_{33}\big|_{x_3=\pm h}=\pm p_3,\quad \mu_{32}\big|_{x_3=\pm h}=\pm m_2, \qquad (1.4)$$

а на краевых кромках прямоугольника $x_1=0, x_1=a$ примем следующие основные варианты граничных условий плоской задачи микрополярной теории упругости: а) когда заданы напряжения, б) когда эти кромки защемлены, в) когда заданы такие граничные условия, которые для прикладной теории изгиба адекватны шарнирному опиранию.

2. Прикладная модель изгиба микрополярных вязкоупругих балок. Метод гипотез построения прикладных теорий микрополярных упругих тонких пластин и оболочек развит в работах [10-12]. В работе [12] сформулированы гипотезы, исходящие из качественных свойств асимптотического решения краевой задачи плоской микрополярной теории упругости в тонкой прямоугольной области [13], и построена математическая модель изгиба микрополярных упругих тонких балок с независимыми полями перемещений и вращений.

За основу построения прикладной модели микрополярных вязкоупругих тонких балок примем кинематические и статические гипотезы работы [12]. Для перемещений и свободного поворота имеем

$$V_1 = x_3 \cdot \psi(x_1, t),\ \ V_3 = w(x_1, t),\ \ \omega_2 = \Omega_2(x_1, t). \tag{2.1}$$

Для деформаций, изгибов-кручений будем иметь следующие формулы:

$$\begin{aligned} &\gamma_{11}(x_1, x_3, t) = x_3 \cdot K_{11}(x_1, t),\ \ \gamma_{33}(x_1, x_3, t) = 0,\\ &\gamma_{13}(x_1, x_3, t) = \Gamma_{13}(x_1, t),\ \ \gamma_{13}(x_1, x_3, t) = \Gamma_{31}(x_1, t),\\ &\chi_{12}(x_1, x_3, t) = k_{12}(x_1, t),\ \ \chi_{32}(x_1, x_3, t) = 0, \end{aligned} \tag{2.2}$$

где

$$\begin{aligned} &K_{11} = \frac{\partial \psi_1(x_1, t)}{\partial x_1},\quad \Gamma_{13} = \frac{\partial w_1(x_1, t)}{\partial x_1} + \Omega_2(x_1, t),\\ &\Gamma_{31} = \psi_1(x_1, t) - \Omega_2(x_1, t),\ \ k_{12} = \frac{\partial \Omega_2(x_1, t)}{\partial x_1}. \end{aligned} \tag{2.3}$$

С другой стороны,

$$\begin{aligned} &\gamma_{11}(t) = \frac{\sigma_{11}(t)}{E} + \int_{-\infty}^{t} P_{11}(t-\tau)\sigma_{11}(\tau)\,d\tau,\\ &\gamma_{13}(t) = \frac{\mu+\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{13}(t) - \frac{\mu-\alpha}{4\mu\alpha}\overset{0}{\sigma}_{31}(t) + \int_{-\infty}^{t}[P_{13}(t-\tau)\sigma_{13}(\tau) + P_{31}(t-\tau)\overset{0}{\sigma}_{31}(\tau)]d\tau,\\ &\gamma_{31}(t) = \frac{\mu+\alpha}{4\mu\alpha}\overset{0}{\sigma}_{31}(t) - \frac{\mu-\alpha}{4\mu\alpha}\sigma_{13}(t) + \int_{-\infty}^{t}[P_{31}(t-\tau)\sigma_{13}(\tau) + P_{13}(t-\tau)\overset{0}{\sigma}_{31}(\tau)]d\tau,\\ &\chi_{12}(t) = \frac{1}{B}\mu_{12}(t) + \int_{-\infty}^{t}\tilde{P}(t-\tau)\mu_{12}(\tau)\,d\tau. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Отсюда

$$\sigma_{11}(t) = E\gamma_{11}(t) + \int_{-\infty}^{t} R_{11}(t-\tau)\gamma_{11}(\tau)\,d\tau,$$

$$\sigma_{13}(t) = (\mu+\alpha)\gamma_{13}(t) + (\mu-\alpha)\gamma_{31}(t) + \int_{-\infty}^{t}[R_{13}(t-\tau)\gamma_{13}(\tau) + R_{31}(t-\tau)\gamma_{31}(\tau)]d\tau,$$

$$\sigma_{31}(t) = (\mu+\alpha)\gamma_{31}(t) + (\mu-\alpha)\gamma_{31}(t) + \int_{-\infty}^{t}[R_{13}(t-\tau)\gamma_{31}(\tau) + R_{13}(t-\tau)\gamma_{13}(\tau)]d\tau,$$

$$\mu_{12}(t) = Bk_{12}(t) + \int_{-\infty}^{t} Q(t-\tau)k_{12}(\tau)d\tau.$$

Для силовых и моментных напряжений при помощи формул (1.2), (2.2) окончательно будем иметь

$$\sigma_{11}(x_1,x_3,t)=x_3\left\{E\cdot K_{11}(x_1,t)+\int\limits_{-\infty}^{t}R_{11}(t-\tau)K_{11}(x_1,\tau)d\tau\right\},$$

$$\sigma_{13}(x_1,x_3,t)=(\mu+\alpha)\Gamma_{13}(x_1,t)+(\mu-\alpha)\Gamma_{31}(x_1,t)+$$
$$+\int\limits_{-\infty}^{t}[R_{13}(t-\tau)\Gamma_{13}(x_1,\tau)+R_{31}(t-\tau)\Gamma_{31}(x_1,\tau)]d\tau,$$

$$\overset{0}{\sigma}_{31}(x_1,x_3,t)=(\mu+\alpha)\Gamma_{31}(x_1,t)+(\mu-\alpha)\Gamma_{13}(x_1,t)+$$
$$+\int\limits_{-\infty}^{t}[R_{13}(t-\tau)\Gamma_{31}(x_1,\tau)+R_{31}(t-\tau)\Gamma_{13}(x_1,\tau)]d\tau,$$

$$\sigma_{31}(x_1,x_3,t)=\overset{0}{\sigma}_{31}(x_1,t)+\left(\frac{h^2}{6}-\frac{x_3^2}{2}\right)\frac{\partial\overset{1}{\sigma}_{11}(x_1,t)}{\partial x_1}, \tag{2.5}$$

$$\sigma_{33}=x_3\cdot\left(\frac{d\sigma_{13}}{dx_1}\right)=x_3\cdot\frac{p_3(x_1,t)}{h},$$

$$\overset{0}{\mu}_{12}(x_1,x_3,t)=Bk_{12}(x_1,t)+B\int\limits_{0}^{t}Q(t-\tau)k_{12}(x_1,\tau)d\tau,$$

$$\mu_{32}(x_1,x_3,t)=-x_3\cdot\left[\frac{\partial\mu_{12}(x_1,t)}{\partial x_1}+\left(\overset{0}{\sigma}_{31}(x_1,t)-\sigma_{13}(x_1,t)\right)\right]=x_3\cdot\frac{m_2(x_1,t)}{h}.$$

Здесь $\overset{1}{\sigma}_{11}(x_1,t)$ представляет собой выражение в скобках (коэффициент при координате x_3) для силового напряжения σ_{11} (формула (2.5)).

Усилия и моменты, действующие на единицы ширины сечения элемента пластинки, будут:

$$N_{13}=\int\limits_{-h}^{h}\sigma_{13}dx_3,\;\; N_{31}=\int\limits_{-h}^{h}\sigma_{31}dx_3,\;\; M_{11}=\int\limits_{-h}^{h}\sigma_{11}\cdot x_3dx_3,\;\; L_{12}=\int\limits_{-h}^{h}\mu_{12}dx_3. \tag{2.6}$$

Подставив (2.5) в (2.6), для усилий и моментов получим

$$N_{13}=2h(\mu+\alpha)\Gamma_{13}(x_1,t)+2h(\mu-\alpha)\Gamma_{31}(x_1,t)+$$
$$+\int\limits_{-\infty}^{t}\tilde{R}_{13}(t-\tau)\Gamma_{13}(x_1,\tau)+\tilde{R}_{31}(t-\tau)\Gamma_{31}(x_1,\tau)\,d\tau,$$

$$N_{31}=2h(\mu+\alpha)\Gamma_{31}(x_1,t)+2h(\mu-\alpha)\Gamma_{13}(x_1,t)+$$
$$+\int\limits_{-\infty}^{t}\tilde{R}_{13}(t-\tau)\Gamma_{31}(x_1,\tau)+\tilde{R}_{31}(t-\tau)\Gamma_{13}(x_1,\tau)\,d\tau, \tag{2.7}$$

$$\mathrm{M}_{11}=\frac{2Eh^3}{3}K_{11}(x_1,t)+\int\limits_{-\infty}^{t}\tilde{R}_{11}(t-\tau)K_{11}(x_1,\tau)\,d\tau,$$

$$L_{12} = 2Rh \cdot k_{12}\left(x_1, t\right) + \int\limits_{-\infty}^{t} \tilde{Q}(t-\tau) k_{12}\left(x_1, \tau\right) d\tau,$$

где

$$\begin{gathered}\tilde{R}_{13}(t-\tau) = \int\limits_{-h}^{h} R_{13}(t-\tau) dx_3, \quad \tilde{R}_{31}(t-\tau) = \int\limits_{-h}^{h} R_{31}(t-\tau) dx_3, \\ \tilde{R}_{11}(t-\tau) = \int\limits_{-h}^{h} R_{11}(t-\tau) \cdot x_3 dx_3, \quad \tilde{Q}(t-\tau) = \int\limits_{-h}^{h} Q(t-\tau) dx_3.\end{gathered} \tag{2.8}$$

Если сделаем следующие обозначения:

$$\begin{gathered}I_{11}K_{11} = \int\limits_{-\infty}^{t} \tilde{R}_{11}(t-\tau) K_{11}(x_1, \tau) d\tau, \quad I_{13}\Gamma_{13} = \int\limits_{-\infty}^{t} \tilde{R}_{13}(t-\tau) \Gamma_{13}(x_1, \tau) d\tau, \\ I_{31}\Gamma_{31} = \int\limits_{-\infty}^{t} \tilde{R}_{31}(t-\tau) \Gamma_{31}(x_1, \tau) dx_3, \quad Ik_{12} = \int\limits_{-\infty}^{t} \tilde{Q}(t-\tau) k_{12}(x_1, \tau) d\tau,\end{gathered} \tag{2.9}$$

то физические соотношения (2.7) можем представить в более компактной форме

$$\begin{gathered}N_{13} = 2h(\mu+\alpha)\Gamma_{13} + 2h(\mu-\alpha)\Gamma_{31} + I_{13}\Gamma_{13} + I_{31}\Gamma_{31}, \\ N_{31} = 2h(\mu+\alpha)\Gamma_{31} + 2h(\mu-\alpha)\Gamma_{13} + I_{13}\Gamma_{31} + I_{31}\Gamma_{13}, \\ \mathrm{M}_{11} = \frac{2Eh^3}{3} K_{11} + I_{11}K_{11}, \quad L_{12} = 2Rh \cdot k_{12} + Ik_{12}.\end{gathered} \tag{2.10}$$

На основании (2.5), удовлетворяя всем граничным условиям (1.4) на лицевых линиях $x_3 = \pm h$, учитывая формулы (2.6), приходим к следующим уравнениям равновесия:

$$\begin{gathered}\frac{\partial N_{13}}{\partial x_1} = -2p_3, \quad N_{31} - \frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} = 2hp_1, \\ \frac{\partial L_{12}}{\partial x_1} + N_{31} - N_{13} = -2m_2.\end{gathered} \tag{2.11}$$

К уравнениям (2.11), (2.9), (2.3) следует присоединить соответствующие граничные условия при $x_1 = 0$ и $x_1 = a$:

$$N_{13} = N_{13}^* \text{ или } w = w^*, \; M_{11} = M_{11}^* \text{ или } \psi_1 = \psi_1^*, \; L_{12} = L_{12}^* \text{ или } \Omega_2 = \Omega_2^*. \tag{2.12}$$

Таким образом, системой уравнений (2.11), (2.10), (2.3) и граничных условий (2.12) построена прикладная математическая модель наследственной теории микрополярных упругих тонких балок.

Для решения конкретных задач, как в классическом случае [1-6], необходимо наперед задавать упругие постоянные в данный момент и ядра ползучести или ядра релакции данного микрополярного материала.

Так как операция интегрирования по пространственным координатам идентична классическому случаю, то следует пользоваться простым правилом построения решения задачи теории микрополярной вязкоупругости, которое называется принципом Вольтерра. Принцип заключается в том, что решение задачи для микрополярного вязкоупругого тела, когда граничные условия не зависят от модулей упругости, может быть получено так же, как решение аналогичной задачи для микрополярно-упругого тела, если в процессе решения с интегральными операторами обращаться как с упругими постоянными. Обычно, применив по времени t преобразование Лапласа (либо Лапласа–Карсона) к уравнениям (2.11), (2.10), (2.3), для изображений перемещений, деформаций, изгибов-кручений, усредненных усилий и моментов, получим уравнения равновесия, соотношения упругости, геометрические соотношения прикладной теории изгиба микрополярных упругих тонких балок работы [12]. Решая эту граничную задачу методом работы [12], решение исходной задачи (2.11), (2.10), (2.3) можно получить, обратившись к решению в изображениях. В случае, когда нахождение оригинала по известному изображению связано с большими математическими трудностями, их можно преодолеть, например, с помощью метода аппроксимаций [14].

[1] Институт механики НАН РА
[2] Гюмрийский государственный педагогический
институт им. М.Налбандяна

**Академик С. А. Амбарцумян,
член-корреспондент НАН РА С. О. Саркисян**

Основные уравнения плоской задачи наследственной теории для микрополярных материалов и построение прикладной наследственной теории изгиба микрополярных балок

Развивается наследственная теория (в плоском случае) для микрополярных материалов. На базе основных уравнений этой теории и на основе метода гипотез построена прикладная наследственная теория изгиба микрополярных балок.

Ակադեմիկոս Ս. Ա. Համբարձումյան,
ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ս. Հ. Սարգսյան

Միկրոպոլյար նյութերի համար ժառանգականության տեսության հարթ խնդրի հիմնական հավասարումները և միկրոպոլյար հեծանի ծռման ժառանգականության կիրառական տեսության կառուցումը

Աշխատանքում զարգացվում է միկրոպոլյար նյութերի ժառանգականության տեսությունը (հարթ դեպքում): Այս տեսության հիմնական հավասարումների հենքի վրա և վարկածների մեթոդի հիման վրա կառուցվում է միկրոպոլյար հեծանի ծռման ժառանգականության կիրառական տեսությունը:

Academician S. A. Hambardzumyan,
corresponding member of NAS RA S. H. Sargsyan

Fundamental Equations of the Plane Problem of the Genetic Theory for MicropolarMaterials and the Construction of Applied Genetic Bending Theory of MicropolarBeams

Genetic theory is developed for micropolar materials (in case of the plane problem). On the basis of the fundamental equations of this theory and hypotheses method applied genetic theory of micropolar beams bending is constructed.

Литература

1. *Арутюнян Н. Х.* Некоторые вопросы теории ползучести. М. ГИТТЛ. 1952. 324 с.
2. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. М. Наука. 1966. 752 с.
3. *Ржаницин А. Р.* Теория ползучести. М. Стройиздат. 1968. 416 с.
4. *Ильюшин А. А., Победря Б. Е.* Основы математической теории термовязкоупругости. М. Наука. 1970. 280 с.
5. *Москвитин В. В.* Сопротивление вязкоупругих материалов. М. Наука. 1973.
6. *Колтунов М.А., Майборода В. П., Зубчанинов В.Г.* Прочностные расчеты изделий из полимерных материалов. М. Машиностроение. 1983. 239с.
7. *Ломакин В. А., Савова Л. Н.* - Механика полимеров. 1967. № 2. С. 213-220.
8. *Новацкий В.* Теория упругости. М. Мир. 1975. 862 с.
9. *Lakes R. S.* In: Continuum models for materials with micro-stracture/ Ed. By H. Muhlhaus. N.Y. Wile. 1995. P. 1-22.
10. *Амбарцумян С. А., Белубекян М. В.* Прикладная микрополярная теория упругих оболочек. Ереван. Изд-во “Гитутюн” НАН РА. 2010. 136 с.
11. *Амбарцумян С. А.* Микрополярная теория оболочек и пластин. Ереван. Изд-во “Гитутюн” НАН РА. 2013. 222 с.
12. *Sargsyan S. H.* - Materials Science and Engineering. 2012. V. 2. N 1. P. 98-108.
13. *Саркисян С. О.* - Изв. высш. учеб. заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 2012. N 5. С. 31-37.
14. *Ильюшин А. А.* - Механика полиномов. 1968. № 6. С. 210-221.