Характер нелинейных флаттерных колебаний упругой прямоугольной пластинки при пост-критических сверхзвуковых скоростях

Петросян В.А. , Шмавонян А.А.
Российско-Армянский университет (Армения, Ереван)
vahagpetrosyan1@gmail.com
harut.shmavonyan@gmail.com

Ключевые слова: нелинейные колебания, изотропная пластинка, обтекающий поток, устойчивость аэродинамических систем, флаттер

Առաձգական ուղղանկյուն սալի ոչ գծային ֆլատերային տատանումների բնույթը հետկրիտիկական գերձայնային արագություններում

Պետրոսյան Վ. Ա., Շմավոնյան Հ. Ա.
Հայ-Ռուսական համալսարան (Հայաստան, Երևան)
vahagpetrosyan1@gmail.com
harut.shmavonyan@gmail.com

Ամփոփում: Դիտարկվում է գերձայնային գազով շրջհոսվող ուղղանկյուն առաձգական սալի ոչ գծային տատանումները: Ուսումնասիրությունը իրականացվել է հաշվի առնելով ոչ գծային երկու տեսակները՝ աէրոդինամիկ (քառակուսի և խորանարդ) և երկրաչափական (խորանարդ): Հայտնի է [1], որ շրջհոսման բացակայության դեպքում սալի ոչ գծային տատանումների հաճախականության կախվածությունը ամպլիտուդայից կրում է խիստ բնույթ, այսինքն՝ ամպլիտուդայի մեծանալուն համընթաց տատանումների հաճախականությունը նույնպես մեծանում է: Ներկայիս աշխատանքում հաստատված է, որ շրջհոսման առկայությունը կարող է դառնալ աղբյուր ինչպես քանակային, այնպես էլ որակային փոփոխությունների՝ տվյալ կախման բնույթի համար:
Վճռորոշ բառեր՝ ոչ գծային տատանումներ, առաձգական սալ, շրջհոսող գազ, աէրոդինամիկ համակարգերի կայունություն, ֆլատեր.

The nature of nonlinear flutter oscillations of an elastic rectangular plate at post-critical supersonic speeds

Petrosyan V. A., Shmavonyan H. A.
Russian-Armenian University (Armenia, Yerevan)
vahagpetrosyan1@gmail.com
harut.shmavonyan@gmail.com

Abstract: Considered the problem of nonlinear oscillations of an isotropic rectangular plate flown around a supersonic gas flow. The study was conducted taking into account both types of nonlinearity: aerodynamic (quadratic and cubic) and geometric (cubic). It is known [1] that the dependence of the frequency of nonlinear oscillations of a plate on the amplitude in the absence of a flowing stream is rigid, i.e. with increasing amplitude, the oscillation frequency increases. In the present work, it is established that the presence of a streaming flow can become a source of both a quantitative and a qualitative change in the nature of this monotonously increasing dependence.
Keywords: nonlinear oscillations, isotropic plate, ambient flow, stability of aerodynamic systems, flutter.

Введение

Комплекс аэродинамических труб и газодинамических установок содержит более чем 60 установок, обеспечивающих условий полета при скоростях от 10 м/с до чисел, соответствующих M=25. Натурные дозвуковые аэродинамические трубы Т-101 и Т-104 дают возможность проводить испытания крупногабаритных моделей тяжелых летательных аппаратов , маневренных самолетов с различным составом вооружения, натурных крылатых ракет с работающим двигателем, а также исследование аэродинамики, устойчивости, управляемости и флаттера различных летательных аппаратов при дозвуковых скоростях.

В дозвуковых трубах Т-102 и Т-103 ведут исследования на аэродинамически подобных моделях характеристик самолетов различного назначения.

Вертикальная аэродинамическая труба Т-105 служит для исследования моделей вертолетов и изучения штопорных качеств самолетов.

Трансзвуковые аэродинамические трубы переменной плотности Т-106, Т-112, Т-128 предназначены для исследований моделей военных и гражданских самолетов для окончательной отработки аэродинамики в широком диапазоне чисел Маха (до М=1,05 в Т-106 и М=1,7 в Т-128) и чисел Рейнольдса.

Труба Т-128 обладает уникальной системой адаптивной перфорации, практически исключающей влияние стенок рабочей части на характеристики моделей, а оснащение ее сменными рабочими частями обеспечивает проведение всех известных видов аэродинамических экспериментов и существенно сокращает затраты времени на замену моделей и подготовку экспериментов.

Сверхзвуковые аэродинамические трубы Т-108, Т-109, Т-113, Т-114 служат для изучения моделей сверхзвуковых самолетов и ракет. Исследуются аэродинамические характеристики, устойчивость и управляемость, флаттер, реверс, разделение объектов, аэродинамика силовых установок в широком диапазоне летных чисел Маха (от 0,4 до 6,0).

Наличие в аэродинамической трубе Т-109 многорежимного регулируемого сопла расширяет ее экспериментальные возможности при исследованиях воздухозаборников силовых установок, флаттера ЛА.

Гиперзвуковые аэродинамические трубы Т-116 и Т-117 служат для испытаний моделей гиперзвуковых самолетов, ракет, космических аппаратов при скорости потока числа М=20.

Специализированные аэродинамические трубы СВС-2, ТПД и Т-131 служат для отработки аэродинамики силовых установок во всем летном диапазоне скоростей, вплоть до гиперзвуковых.

В вакуумных аэродинамических трубах ВАТ-3, ВАТ-102, ВАТ-103, ВАТ-104 проводятся исследования для создания объектов воздушно-космической техники.

Некоторые из аэродинамических труб ЦАГИ достойны занесения в книгу рекордов Гиннесса. Из них выделяется натурная дозвуковая аэродинамическая труба Т-101 с размером рабочей части 14×24 м, трансзвуковая труба Т-128 с рабочей частью размером 2,75×2,75 м, сверх- и гиперзвуковые трубы Т-116 и Т-117 с рабочей частью диаметром 1 м.

Установки СМГДУ с магнитогидродинамическим разгоном потока до скорости более 8000 м/с или УГСД с мультипликатором давления, в котором достигаются давления торможения в форкамере до 5000 атм, вообще не имеют аналогов в мире.

В составе лаборатории прочности включены залы с силовым полом и необходимое оборудование для статических и ресурсных испытаний натурных конструкций в сборе и отдельных агрегатов, а также электрогидравлические испытательные машины и стенды с усилием от 1 до 2500 т. Зал статических испытаний обладает площадю силового пола 3600 м^2, а зал ресурсных испытаний — 6300 м^2.

Комплекс теплопрочностных и акустических камер состоит из термовакуумных установок, установки МАК -1 с размерами камеры 2×1,5×0,25 м и уровнем генерируемого шума до 162 дБ, реверберационной камеры РК-1500 с испытательным боксом 9×11×14 м. и уровнем генерируемого шума до 163 дБ, тепло-прочностной вакуумной камеры ТПВК, предназначенной для исследования прочности натурных космических аппаратов. Этот комплекс обеспечивает испытания конструкций при воспроизведении реальных силовых, температурных и акустических нагрузок, действующих на летательные аппараты во всем диапазоне их применения.

Двигательные и компрессорные стенды часто используются для экспериментальных исследований гиперзвуковых воздушно-реактивных двигателей (ГПВРД), комбинированных силовых установок (ТРД+ПВРД, ТРД+ПВРД+ЖРД), процессов горения топлива в до- и сверхзвуковых камерах сгорания (ПВРД и ГПВРД), воздухозаборников и сопел силовых установок с ВРД, систем газоструйного управления ЛА, компрессоров ТРД и ВРД.

Экспериментальная база для исследования динамики полета летательных аппаратов состоит из различных пилотажных стендов, а также вычислительных комплексов для отработки структуры и функционирования цифровых систем управления, моделирования динамики движения аппаратов в реальном времени и др.

Рассмотрим тонкую изотропную прямоугольную пластинку постоянной толщины h. Прямоугольная система координат α, β, γ выбрана так, что координатная плоскость α, β, совпадает со срединной плоскостью пластинки, а координатные оси α и β и направленыпо сторонам рассматриваемой пластинки. Пусть, далее, пластинка обтекается с одной стороны сверхзвуковым потоком газа с невозмущенной скоростью

$\vec{u}$, направленной вдоль оси 0α. Принимаются следующие предположения:

а) гипотеза Кирхгофа о недеформируемых нормалях [18];

б) основные предположения теории гибких пластин, считая, что нормальные перемещения сравнимы с толщиной пластинки [1];

в) избыточное давление газа представляется по приближенной формуле “поршневой теории” [19,20].

На основе принятых предположений получается следующая нелинейная система дифференциальных уравнений движения пластинки [2]:

$$\frac{1}{Eh}\Delta^2 F+\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha\partial\beta}\right)^2=0, \tag{1}$$

$$D\Delta^2 w-\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}\frac{\partial^2 F}{\partial\beta^2}-\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}\frac{\partial^2 F}{\partial\alpha^2}+2\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha\partial\beta}\frac{\partial^2 F}{\partial\alpha\partial\beta}+\rho_0 h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\left(\rho_0 h\varepsilon+\frac{æ p_\infty}{a_\infty}\right)\frac{\partial w}{\partial t}+$$
$$+æ p_\infty\left[M\frac{\partial w}{\partial\alpha}+\frac{æ+1}{4}M^2\left(\frac{\partial w}{\partial\alpha}\right)^2+\frac{æ+1}{12}M^3\left(\frac{\partial w}{\partial\alpha}\right)^3\right]=0, \tag{2}$$

Здесь

$$D=\frac{Eh^3}{12\left(1-\mu^2\right)},\quad M=\frac{u}{a_\infty},\ a_\infty=\frac{æ p_\infty}{\rho_\infty},$$

$w(\alpha,\beta,t)$ – прогиб пластинки, M – число Маха, a_∞ – скорость звука для невозмущенного газа, æ – показатель политропы, μ – коэффициент Пуассона, ρ_0 – плотность материала пластинки, p_∞ и ρ_∞ – давление и плотность газа в невозмущенном состоянии, ε – коэффициент линейного затухания, $F=F(\alpha,\beta,t)$ – функция напряжений.

При исследовании вопросов устойчивости к уравнениям (1)–(2) присоединяются также условия на контуре пластинки, а именно, здесь рассматривается шарнирно опертая по всему контуру прямоугольная пластинка $(0\le\alpha\le a,\ 0\le\beta\le b)$. Тогда, следуя [2], граничные условия задачи принимаются в виде:

при $\alpha=0,\ \alpha=a$

$$w=0,\quad M_\alpha=-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}\right)=0, \tag{3}$$

$$S^0=0, T_\alpha^0=0, \tag{4}$$

при $\beta=0,\ \beta=b$

$$w=0,\quad M_\beta=-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}\right)=0, \tag{5}$$

$$S^0=0, T_\beta^0=0, \tag{6}$$

где $T_\alpha^0,\ T_\beta^0,\ S^0$ – средние значения усилий на кромках пластинки.

Приближенное решение уравнения (2), удовлетворяющее условиям (3) и (5) будем искать в виде [2]

$$w(\alpha,\beta,t)=f_{11}(t)\sin\lambda_1\alpha\cdot\sin\mu_1\beta+f_{21}(t)\sin\lambda_2\alpha\cdot\sin\mu_1\beta,\qquad\left(\lambda_i=\frac{i\pi}{a},\ \mu_k=\frac{k\pi}{b}\right). \tag{7}$$

Подставив (7) в (1) найдем функцию F, удовлетворяющую граничным условиям. Для определения $f_{ik}(t)$ воспользуемся уравнением (2). Подставляя (7) и найденное выражение для F в (2) и применяя метод Бубнова-Галеркина для определения безразмерных неизвестных функций

$x_1 = f_1(t)/h,\ x_2 = f_2(t)/h$ получим следующую нелинейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений [2,13]:

$$\frac{d^2x_1}{d\tau^2}+\chi\frac{dx_1}{d\tau}+x_1-\frac{2}{3}k\nu x_2+k\nu^2\left[\alpha_{11}x_1^2+\alpha_{12}x_2^2+\nu x_2\left(\beta_{11}x_1^2+\beta_{12}x_2^2\right)\right]+Qx_1\left(\gamma_{11}x_1^2+\gamma_{12}x_2^2\right)=0$$

$$\frac{d^2x_2}{d\tau^2}+\chi\frac{dx_2}{d\tau}+\gamma^2x_2+\frac{2}{3}k\nu x_1+k\nu^2\left[\alpha_{21}x_1x_2+\nu x_1\left(\beta_{21}x_1^2+\beta_{22}x_2^2\right)\right]+Qx_2\left(\gamma_{21}x_1^2+\gamma_{22}x_2^2\right)=0. \tag{8}$$

Здесь, наряду с безразмерным временем $\tau=\omega_1 t$, введены обозначения

$$\left.\begin{aligned}&\omega_i^2=\frac{1}{\rho_0 h}\left[D\left(\lambda_i^2+\mu_1^2\right)^2-\lambda_i^2p_\alpha^0-\mu_1^2p_\beta^0\right]\quad(i=1,2),\\&k=\frac{4æp_\infty}{\rho_0\omega_1^2h^2},\quad Q=\frac{h}{16\rho_0\omega_1^2},\quad \nu=M\frac{h}{a},\quad \gamma=\frac{\omega_2}{\omega_1},\quad \chi=\frac{2}{\omega_1}\left(\varepsilon+\frac{æp_\infty}{\rho_0ha_\infty}\right),\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned}&\alpha_{11}=\frac{2}{9}(æ+1),\ \alpha_{12}=\frac{56}{45}(æ+1),\ \alpha_{21}=\frac{16}{45}(æ+1),\\&\beta_{11}=\beta_{21}=\frac{\pi^2}{40}(æ+1),\ \beta_{22}=\frac{11\pi^2}{70}(æ+1),\ \beta_{12}=\frac{9\pi^2}{70}(æ+1),\\&\gamma_{11}=Eh\left(\lambda_1^4+\mu_1^4\right),\ \gamma_{12}=\gamma_{21}=4\gamma_{11}+Eh\left(\frac{81}{\Delta_{\lambda_1\mu_2}}+\frac{1}{\Delta_{\lambda_3\mu_2}}\right)\lambda_1^4\mu_1^4,\ \gamma_{22}=Eh\left(\lambda_2^4+\mu_1^4\right),\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

где ω_1 и ω_2 – частоты первой и второй формы малых собственных колебаний пластинки, ν – приведенный параметр скорости.

Решению нелинейной задачи, как правило, предшествует анализ соответствующей линейной задачи. Это объясняется тем, что: а) на основе линейной задачи можно найти критическое значение параметра $\nu=\nu_{cr}$ (следовательно и критическое значение скорости обтекающего потока $u_{cr}=ah^{-1}\nu_{cr}a_\infty$ или $M_{cr}=ah^{-1}\nu_{cr}$), при котором невозмущенное состояние пластинки становится неустойчивым относительно малых возмущений, и б) указанное критическое значение u_{cr} (или M_{cr} или ν_{cr}), будет необходимый и при исследовании задачи устойчивости в нелинейной постановке.

Соответствующая (8) линейная система допускает решения в виде $x_i=y_i\exp(\lambda\tau)$. В случае малых значений ν, все характеристические показатели λ лежат в левой полуплоскости комплексного переменного, и тривиальное решение $w=0$ асимптотически устойчиво по отношению к малым возмущениям. Значение параметра $\nu=\nu_{cr}$, при котором два из характеристических показателей становятся чисто мнимыми, а остальные по-прежнему лежат в левой полуплоскости, является критическим и соответствует критической скорости панельного флаттера в линейной постановке этой задачи. Согласно этому, получается следующая формула определения критической скорости флаттера в случае выбранной формы потери устойчивости пластинки [2]:

$$\nu_{cr}=\frac{3}{4}\frac{\gamma^2-1}{k}\sqrt{1+\frac{2\chi^2\left(\gamma^2+1\right)}{\left(\gamma^2-1\right)^2}}. \tag{12}$$

Переходим к исследованию нелинейной задачи, описываемой нелинейной системой (8). Эта система отличается от аналогичных систем устойчивости гибких пластин загруженных консервативными силами, наличием членов с квадратичными нелинейностями. Указанные члены, имеющие аэродинамическое происхождение, характеризуют несимметричность нелинейности, присущую к задачам устойчивости гибких оболочек. Поэтому, приближенное периодическое решение системы (8) будем искать в виде [10]

Здесь $A_i,\ B_i,\ C_i$ – неизвестные постоянные и $\theta = \omega\omega_1^{-1}\quad (i=1,2)$; ω - неизвестная частота нелинейных колебаний; точками обозначены члены, содержащие гармоники.

Подставим решение (14) в систему (8) и приравняем к нулю коэффициенты при свободном члене, $\cos\theta\tau$ и $\sin\theta\tau$ (члены, содержащие гармоники пренебрегаются). Получающаяся при этом система нелинейных алгебраических уравнений довольно громоздка для исследования и здесь не приводится. Для получения приближенного решения этой системы предполагается, что [10]: а) затухание системы достаточно мало ($\chi|B_i| << |A_i|,\ |B_i| << |A_i|;\ (i=1,2)$),и б) рассматриваемая аэроупругая система совершает установившиеся колебание с конечной амплитудой вокруг состояния, бесконечно мало отличающегося от невозмущенного $\left(|A_i| >> |C_j|;\ j=1,2\right)$. Тогда пренебрегая степенями выше первой и произведения величин $B_1,\ B_2,\ C_1$ и C_2, получается система нелинейных алгебраических уравнений [], которая в силу своей громоздкости, здесь не приводится. Согласно принятому предположению о малости затухания получаем:

$B_1 \approx 0,\ \ B_2 \approx 0$ при $\chi \approx 0$.

Выражая C_1 и C_2 через A_1 и A_2, подставляя найденные выражения в соответствующие уравнения, для определения амплитуд колебаний рассматриваемой аэроупругой системы A_1 и A_2 в зависимости от параметров θ и ν, при $\chi \approx 0$ получаем следующую систему:

$$\begin{gathered}
A_1(1-\theta^2) - \frac{2}{3}k\nu A_2 + 2k\nu^2\alpha_{11}A_1C_1 + 2k\nu^2\alpha_{12}A_2C_2 + \\
+\frac{3}{4}k\nu^3A_2(\beta_{11}A_1^2 + \beta_{12}A_2^2) + \frac{3}{4}QA_1(\gamma_{11}A_1^2 + \gamma_{12}A_2^2) = 0, \\
A_2(\gamma^2 - \theta^2) + \frac{2}{3}k\nu A_1 + k\nu^2\alpha_{21}(A_1C_2 + A_2C_1) + \\
+\frac{3}{4}k\nu^3A_1(\beta_{21}A_1^2 + \beta_{22}A_2^2) + \frac{3}{4}QA_2(\gamma_{21}A_1^2 + \gamma_{22}A_2^2) = 0.
\end{gathered} \tag{15}$$

Здесь

$$C_1 = -\frac{k\nu^2}{2\Delta}\left[(\alpha_{11}A_1^2 + \alpha_{12}A_2^2)\Delta_2 - \alpha_{21}A_1A_2\Delta_4\right], C_2 = -\frac{k\nu^2}{2\Delta}\left[\alpha_{21}A_1A_2\Delta_1 - \left(\alpha_{11}A_1^2 + \alpha_{12}A_2^2\right)\Delta_3\right] \tag{16}$$

где

$$\Delta_1 = 1 + \frac{3}{2}Q\gamma_{11}A_1^2 + \frac{1}{2}Q\gamma_{12}A_2^2 + k\nu^3\beta_{11}A_1A_2, \quad \Delta_2 = \gamma^2 + k\nu^3\beta_{22}A_1A_2 + \frac{3}{2}Q\gamma_{22}A_2^2 + \frac{1}{2}Q\gamma_{21}A_1^2$$

$$\Delta_3 = \frac{2}{3}k\nu + \frac{3}{2}k\nu^3\beta_{21}A_1^2 + \frac{1}{2}k\nu^3\beta_{22}A_2^2 + Q\gamma_{21}A_1A_2,$$

$$\Delta_4 = -\frac{2}{3}k\nu + \frac{3}{2}k\nu^3\beta_{12}A_2^2 + \frac{1}{2}k\nu^3\beta_{11}A_1^2 + Q\gamma_{12}A_1A_2, \quad \Delta = \Delta_1\Delta_2 - \Delta_3\Delta_4.$$

Система (15) решается численно при следующих исходных данных: $E = 7.3\cdot10^{10}$ Н/м^2; $\mu = 0.34$; $\rho_0 = 2.79\cdot10^3$кг/м^3 (дюралюминий), æ=1.4; $\rho_\infty = 1.29$ кг/м^3; $a_\infty = 340.29$ м/с (воздух). Исследована зависимость амплитуды (в точке $(a/2, b/2, 0)$ пластинки) установившихся флаттерных колебаний A (в рассматриваемом случае $A = A_1$) от параметра θ при различных значений ν, h/a и a/b. Известно [1], что в отсутствии обтекающего потока зависимость частоты нелинейных колебаний пластинки θ от амплитуды A носит жесткий характер, т.е. с увеличением амплитуды частота колебаний возрастает. В работах [2;3] исследована указанная зависимость как в случае докритических, так и в критических стадиях. В указанных работах установлено, что

- если $a/b>1$, то существует интервал $[\theta_1,\theta_2]$ изменения частоты θ такой, что если $\theta<\theta_1$, то невозможно возбудить флаттерные колебания. При $\theta\in[\theta_1,\theta_2]$ функция $A(\theta)$ является однозначной, при $\theta>\theta_2$ функция $A(\theta)$ становится двузначной;
- с увеличением скорости обтекающего потока длина отрезка $[\theta_1,\theta_2]$ стремится к нулю;
- с увеличением скорости обтекающего потока характер амплитудно-частотной зависимости может существенно меняться. А это значит, что характер амплитудно-частотной зависимости нелинейных колебаний пластин обтекаемых сверхзвуковым потоком газа (благодаря аэродинамической нелинейности) идентичен характеру указанной зависимости в случае нелинейных собственных колебаний оболочек;
- с дальнейшим увеличением скорости обтекающего потока область определения функции $A(\theta)$ из полубесконечной области $[\theta_1,+\infty)$ превращается в замкнутый отрезок $[\theta_*,\theta^*]$. Т.е. существует интервал $[\theta_*,\theta^*]$ изменения частоты θ, вне которого невозможно возбудить установившиеся флаттерные колебания. При этом, если $\theta\in[\theta_*,\theta^*]$, то значения амплитуды флаттерных колебаний находятся на границах замкнутых областей;
- предельное значение частоты $\overline{\theta}_*$ (меньше которого невозможно возбудить флаттерные колебания), будучи больше единицы, увеличивается с уменьшением a/b; b) установившиеся флаттерные колебания существуют при частотах $\theta>\overline{\theta}_*$;
- если отношение a/b меньше единицы, то функция $A(\theta)$ определена в конечном интервале $[\theta_*,\theta^*]$, а если a/b достаточно меньше единицы – в полубесконечном интервале $[\theta_*,\infty)$. В обоих случаях функция $A(\theta)$ является многозначной функцией;
- отличие от случая $\nu=0$, где возможно возбудить нелинейные колебания только с частотой $\theta>\gamma$, в случае $\nu=\nu_{cr}$ флаттерные колебания можно возбудить с частотой намного меньше γ. Причем область изменения допустимых частот (область определения функции $A(\theta)$) является конечной, длина которой зависит от геометрии пластинки;
- отличие от случая $\nu=0$, где возможно возбудить нелинейные колебания только с частотой $\theta>\gamma$, при $\nu=\nu_{cr}$ флаттерные колебания можно возбудить с частотой намного меньше γ и область изменения частоты является полубесконечная область $[\theta_*,+\infty)$, где $\theta_*<\gamma$.

В настоящей работе исследована амплитудно-частотная зависимость рассматриваемых прямоугольных пластин в послекритической стадии $(\nu>\nu_{cr})$. Для этого случая функции $A(\theta)$, найденные численным методом, приведены в таблицах 1 и 2, на основе которых построены рисунки 1-3.

Рисунки 1 и 2 показывают, что

- характер амплитудно-частотной зависимости при $\nu>\nu_{cr}$ качественно совпадает со случаем $\nu=\nu_{cr}$. Помимо этого, по сравнению со случаем $\nu=\nu_{cr}$ имеют место следующие количественные отклонения: a) график функции $A(\theta)$ оторван от оси абсцисс; b) в случае относительно толстых пластин область определения функции $A(\theta)$ является отрезок $[\theta_*,\theta^*]$, который с уменьшением отношения a/b расширяется с обеих сторон и левая граница интервала изменения частоты θ_* при определенном значении a/b может находиться левее точки $\theta=1$ (рис.1).
- Качественно новой зависимостью является рис.3, который показывает, что если ν достаточно больше от ν_{cr} и пластинка сравнительно толстая, то: a) областью определения

функции $A(\theta)$ является конечный интервал вида $[0,\theta^*]$; b) в отличии от случая $\nu \le \nu_{cr}$, флаттерные колебания могут существовать и при $0 \le \theta < 1$; c) существует определенное значение частоты θ^* такое, что возбудить колебания с частотой больше θ^* невозможно.

Таблица 1. Значения амплитуды флаттерных колебаний при $\nu > \nu_{cr}$ и $b = 3a$.

ν	θ / h/a	1	1.5	2	γ=2.5	3	4
$\nu = 1.2\nu^*$	1/80	-	0.848 0.565	0.621 0.302	-	-	-
	1/200	-	-	2.503 0.061	4.249 0.731	5.486 0.781	7.691 0.735
$\nu = 1.5\nu^*$	1/80	0.544 0.442	0.487 0.346	0.29 0.2	-	-	-
	1/200	-	-	-	3.978 1.307	5.367 1.116	7.647 1.073

Таблица 2. Значения амплитуды флаттерных колебаний при $\nu = 2\nu_{cr}$ и $a = 80h$.

θ / a/b	0	1	2	3.5	4	5	6	7
1/5	0.554 0.401	0.5334 0.3652	0.46 0.275	0.192 0.081	-	4.871 3.854	7.471 3.575	9.437 3.856
1/3	0.526 0.392	0.503 0.354	0.421 0.258	0.111 0.055	-	6.311 3.473	8.972 3.55	11.247 3.902

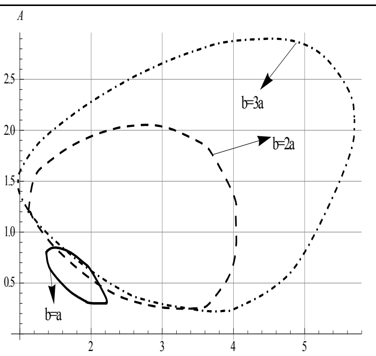

Рис.1. $\nu = 1.2\nu_{cr}$ и $a = 80h$.

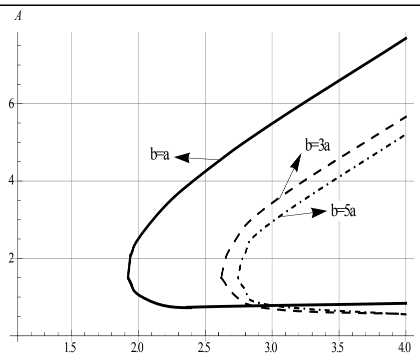

Рис.2. $\nu = 1.2\nu_{cr}$ и $a = 200h$.

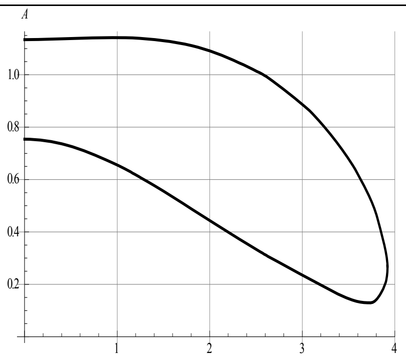

Рис.3. $\nu = 1.5\nu_{cr}$ и $a = 80h,\ b = 3a$.

Таким образом, установлена возможность существования незатухающих нелинейных колебаний в случае после-критических скоростей. Выявлен характер амплитудно-частотной зависимости нелинейных колебаний и исследовано влияние присутствии обтекающего потока на характер указанной зависимости. Установлен также, что переход из одного типа амплитудно-частотной зависимости к другому можно регулировать не только (вплоть до невозможности возбуждения подобных колебаний) соответствующим выбором геометрических и физических параметров рассматриваемой аэроупругой системы, но и величиной скорости обтекающего потока.

Литература

1. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. -М.: Наука, 1972. -432 с.
2. Болотин В.В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости.- М.: Физматгиз, 1961. -339 с.
3. Алгазин С.Д., Кийко И.А. Флаттер пластин и оболочек. -М.: Наука, 2006, -247 с.

4. Новичков Ю.Н. Флаттер пластин и оболочек //Итоги науки и технологии. Механика деформируемых твердых тел, М., Наука, 1978. т.11. с.67-122.
5. Хедежпет Д. Флаттер прямоугольных свободно опертых панелей при больших сверхзвуковых скоростях. Сб. “Механика” ИЛ, N2. 1958. с.103-125.
6. Мовчан А.А. О колебаниях пластинки, движущейся в газе. ПММ, 1956. -Т.20.-Вып.2. с.211-222.
7. Miles J. W., Supersonic flutter of a cylindrical shell, Journ. Aeronaut. Sci. 24, № 2 (1957); 25, № 5 (1958).
8. Г.Е.Багдасарян, М.А.Микилян, Р.О.Сагоян Нелинейный флаттер ортотропной прямоугольной пластинки. Сборник научных трудов международной конференции “Актуальные проблемы механики сплошной среды”, 2010, т.1, с. 118-123.
9. Baghdasaryan G.Y., Mikilyan M.A. & Marzocca P. On the Stability of Flexible Orthotropic Rectangular Plate in Supersonic Flow: Amplitude-Speed Dependency in Pre- and Post- Critical Flight Conditions. Journal of Aerospace Engineering, 10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0000246 (Jul. 19, 2012), ISSN: 0893-1321, 2012.
10. Багдасарян Г.Е. Об устойчивости ортотропных пологих оболочек, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа, Изв.АН СССР ОТН Механика и машиностроение, 1961, N1, с. 92-98.
11. P. Marzocca, L. Librescu, D.H. Kim, I. Lee, S. Schober “Generalized Transonic Unsteady Aerodynamics via Computational-Fluid-Dynamics Indicial Approach,” AIAA Journal, Vol. 43, No. 4, April 2005, pp.915-921.
12. 19. D.-H. Kim, I. Lee. P. Marzocca, L. Librescu, S. Schober “Nonlinear Aeroelastic Analysis of an Airfoil Using CFD-Based Indicial Approach,” Journal of Aircraft, Vol. 42, No.5, September–October 2005, pp. 1340-1344.
13. Болотин В. В., Гаврилов Ю. В., Макаров Б. П. и Швейко Ю. Ю., Нелинейные задачи устойчивости плоских панелей при больших сверхзвуковых скоростях, Изв. АН СССР, ОТН, «Механика и машиностроение», № 3, 1959.
14. Fung Y. C, On two-dimensional panel flutter, Journ. Aeronaut. Sci. 25, № 3 (1958).
15. Шен С, Приближенное исследование нелинейных флаттерных задач, Сб. «Механика», № 4, ИЛ, 1959.
16. Багдасарян Г.Е., Микилян М.А., Сагоян Р.О., Марзока П. Влияние сверхзвукового потока на характер амплитудно-частотной зависимости нелинейных колебаний гибкой пластинки. Изв. НАН РА, Механика, 2013, 66 N3, с. 24-37.
17. Багдасарян Г.Е., Микилян М.А., Сагоян Р.О. Характер амплитудно-частотной зависимости нелинейных колебаний гибкой пластинки при критических скоростях. Прикладная математика и механика, Прикладная математика и механика, Гюмри,2014, Вып.А, N1, с. 20-39.
18. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. Гостехтеориздат, Москва, 1949.
19. Ashley H., Zartarian C. Piston theory – a new aerodynamic tool for the aeroelastician. Journ. Aeronaut. Sci. 23, N6, 1956.
20. Илюшин А.А. Закон плоских сечений при больших сверхзвуковых скоростях. ПММ, 1956, т.XX, вып.6.
21. Меркин Д.П. Введение в теорию устойчивости движения. М.Наука, 1971, -312с.
22. Швейко Ю.Ю. Устойчивость круговой цилиндрической оболочки в потоке газа. Изв. АН СССР, ОТН, 1960, N6.
23. Гнуни В.Ц. К теории динамической устойчивости слоистых анизотропных пологих оболочек. Изв. АН Арм.ССР, 13, #1, 1960.
24. Багдасарян Г.Е., Микилян М.А., Сагоян Р.О., Марзока П. Влияние сверхзвукового потока на характер амплитудно-частотной зависимости нелинейных колебаний гибкой пластинки. Изв. НАН РА, Механика, 2013, 66 N3, с. 24-37.
25. Багдасарян Г.Е., Микилян М.А., Сагоян Р.О. Характер амплитудно-частотной зависимости нелинейных колебаний гибкой пластинки при критических скоростях. Прикладная математика и механика, Прикладная математика и механика, Гюмри, 2014, Вып.А, N1, с. 20-39.