

УДК 621.391

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД АНАЛИЗА ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ

М.С. Азоян

Национальный политехнический университет Армении

Рассматриваемые схемы параметрических преобразователей относятся к линейным и нелинейным радиотехническим цепям с переменными параметрами. Математические проблемы, возникающие при анализе подобных схем, впервые сформулировал Эйлер в 1772 г., исследуя уравнения движения Луны, и предложил методы их решения. С того момента и по сегодняшний день эти проблемы были и являются предметом изучения многих исследователей, в том числе Ляпунова, Хилла, Матье, Крылова, Тафта, Ван дер Поля и др. Проблемы параметрического возбуждения колебаний в электротехнике возникли впервые в 1907г. благодаря теоретическим работам Пуанкаре и в 30-е годы благодаря работам целой школы ученых, к которой принадлежат Мандельштам, Папалекси, Андронов, Мигулин и др. Заслугой этой школы является то, что они впервые показали возможность усиления и генерации электрических сигналов, разработали теорию параметрического резонанса, подтвержденную многочисленными экспериментами, в том числе и в радиочастотном диапазоне. В 50-ых годах в связи с бурным развитием полупроводниковых приборов с частотами вплоть до сверхвысоких частот (СВЧ) работы в области теории и применения параметрических усилителей и преобразователей с управляемой реактивностью достигли вершины развития. Известно, что при анализе параметрических преобразователей СВЧ приходится определять Фурье-компоненты для нелинейной функции заряда $q(u)$ и тока $i(u)$, аппроксимирующие вольт-кулоновую и вольт-амперную характеристики активного элемента. Даже при воздействии двухчастотного сигнала на нелинейный элемент вычисление интегралов связано с определенными трудностями. С инженерной точки зрения, предложен графоаналитический метод анализа, который приемлем для любого нелинейного элемента с произвольными характеристиками. В итоге погрешность расчета составляет около 5%, что приемлемо с практической точки зрения для анализа параметрических преобразователей СВЧ.

Ключевые слова: аппроксимация, параметрический делитель, умножитель, накачка, спектр, вольт-амперная и вольт-кулоновая характеристики.

Введение. В данной работе определены компоненты тока коллектора методом И.В. Басика [1, 2], который использовался в работах [3, 4] для анализа ряда параметрических устройств на нелинейной емкости. Применение вышеуказанного метода существенно упрощает расчет компонентов тока в любой субгармонике при воздействии на нелинейный элемент сумм гармонических колебаний. При этом вольт-кулоновая и вольт-амперная характеристики (ВКХ и ВАХ) нелинейного элемента могут быть определены как

произвольными аппроксимирующими функциями, так и экспериментальными графиками. В последнем случае аппроксимации не требуется, и для расчета достаточно определить производные от ВКХ и ВАХ в рабочей точке.

Методы исследования. Эквивалентная схема рассматриваемого полупроводникового параметрического делителя частоты (ППДЧ) представлена на рис. 1, где L_1 и C_1 – параметры контура частоты накачки ω ; L_n и C_n – параметры контура преобразованной частоты $n\omega$; $G(u)$ и $C(u)$ – нелинейные емкость и проводимость полупроводникового р-п перехода нелинейного элемента, которые определяются произвольно задаваемыми ВКХ и ВАХ.

Полагаем, что на р-п переход воздействуют постоянное напряжение U_0 , напряжение накачки U_1 и напряжение преобразованного сигнала U_n , а ток через диод есть сумма токов емкости и проводимости р-п перехода.

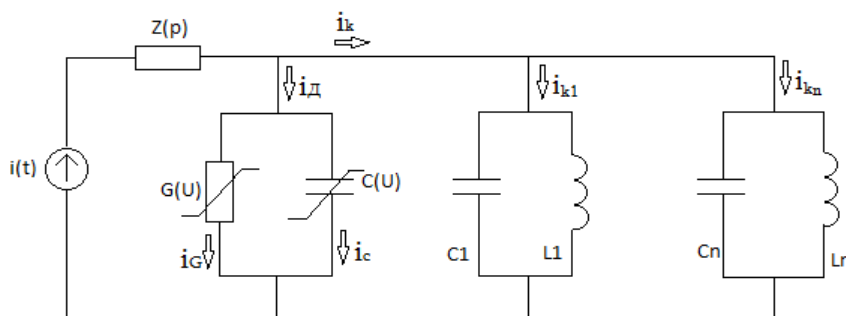


Рис. 1. Эквивалентная схема ППДЧ СВЧ

На контуре сигнала основной частоты выделяется напряжение U_1 , а на контуре сигнала - U_n . Для токов имеем $i(t) = i_d + i_k$, а для тока через диод: $i_d = i_c + i_G$, где токи через нелинейные емкость и проводимость соответственно будут

$$i_c = C(u) \frac{du}{dt}, \quad i_G = G(u)U.$$

Следовательно, ток через диод будет

$$i_d = i_c + i_G = G(u)U + C(u) \frac{du}{dt}. \quad (1)$$

Ток через контуры частоты ω и $n\omega$ запишем через U_1 и U_n :

$$i_k = G_1 U_1 + \frac{1}{L_1} \int U_1 dt, \quad (2)$$

$$i_k = (G_H + G_n) U_n + \frac{1}{L_n} \int U_n dt. \quad (3)$$

Определим производные контурных токов (2) и (3) по времени:

$$\begin{aligned} \frac{di_k}{dt} &= G_1 \frac{dU_1}{dt} + \frac{1}{L_n} U_1, \\ \frac{di_k}{dt} &= (G_H + G_n) \frac{dU_n}{dt} + \frac{1}{L_n} U_n. \end{aligned} \quad (4)$$

После несложных преобразований для тока через диод получим полное дифференциальное уравнение

$$\frac{di_d}{dt} = [G(u) + U \frac{dG(u)}{dU}] \frac{du}{dt} + C(u) \frac{d^2U}{dt^2} + \frac{dC(u)}{dU} \left(\frac{dU}{dt} \right)^2. \quad (5)$$

Разложив последнее выражение в ряд Лорана, согласно [2], получим

$$\begin{aligned} i &= \left[\prod_{i=1}^n \sum_{p_i=-\infty}^{\infty} I_{p_i} \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) \exp j p_i \omega_i t \right] f(U_0) \\ q &= \left[\prod_{i=1}^n \sum_{p_i=-\infty}^{\infty} I_{p_i} \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) \exp j p_i \omega_i t \right] q(U_0), \end{aligned} \quad (6)$$

где $I_{p_i} \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left(U_i \frac{d}{dU_0} \right)^{2m+p_i}}{2^{2m+p_i} m! (m+p_i)!}$ – модифицированная функция Бесселя первого рода n -го порядка, причем величина p_i представляет собой ряд простых чисел, а индекс i указывает номер воздействующего сигнала, образующего рассматриваемый ряд гармонических компонент тока. Почленно перемножая ряды в (6) и учитывая результаты [2], получим

$$\sum_{p_i=-\infty}^{\infty} I_{p_i} \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) \exp j p_i \omega_i t = I_0 \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) + 2 \sum_{p_i=1}^{\infty} I_{p_i} \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) \cos j p_i \omega_i t.$$

Для определения полного спектра тока преобразуем (6) к виду

$$\begin{aligned} i &= \left[\prod_{i=1}^n I_0 \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) \right] f(U_0) + 2 \sum_{p_1=h_1}^{\infty} \dots \sum_{p_n=h_n}^{\infty} \left[\prod_{i=1}^n I_{p_i} \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) \right] f(U_0) \times \\ &\quad \times \cos (p_1 \omega_1 + \sum_{i=2}^n \pm p_i \omega_i) t, \quad (7) \\ q &= \left[\prod_{i=1}^n I_0 \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) \right] q(U_0) + 2 \sum_{p_1=h_1}^{\infty} \dots \sum_{p_n=h_n}^{\infty} \left[\prod_{i=1}^n I_{p_i} \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) \right] q(U_0) \times \\ &\quad \times \cos (p_1 \omega_1 + \sum_{i=2}^n \pm p_i \omega_i) t, \end{aligned} \quad (8)$$

где h_1, h_2, \dots, h_n – простые числа, равные 0 или 1, выбираемые так, чтобы выполнить условия [2]: $\sum_{i=2}^n h_i = 1$.

Так как ток через нелинейную емкость определяется путем дифференцирования заряда по времени, а выражение, описывающее ток, протекающий через нелинейную резистивную проводимость, получено в виде (7), то, суммируя их, получим соотношение, определяющее полный спектр тока через комплексную проводимость:

$$\begin{aligned} \dot{i} &= i + dq(U_0 + \sum_{i=1}^n U_i \cos \omega_i t) / dt = \\ &= \left[\prod_{i=1}^n I_0 \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) \right] f(U_0) + 2 \sum_{p_1=h_1}^{\infty} \dots \sum_{p_n=h_n}^{\infty} \left[\prod_{i=1}^n I_{p_i} \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) \right] f(U_0) \times \\ &\quad \times \cos (p_1 \omega_1 + \sum_{i=2}^n \pm p_i \omega_i) t - \\ &- 2 \sum_{p_1=h_1}^{\infty} \dots \sum_{p_n=h_n}^{\infty} (p_1 \omega_1 + \sum_{i=2}^n \pm p_i \omega_i) \left[\prod_{i=1}^n I_{p_i} \left(U_i \frac{d}{dU_0} \right) \right] q(U_0) \sin (p_1 \omega_1 + \\ &+ i = 2n \pm p_i \omega_i t). \end{aligned} \quad (9)$$

Выражение (9) определяет постоянную составляющую и все гармонические и комбинационные составляющие тока, протекающие через комплексную нелинейную проводимость произвольного контакта, и является исходным для анализа свойств контактов и устройств, использующих подобные нелинейности.

С практической точки зрения, аналитические выражения для расчета должны быть более простыми, а с другой стороны - погрешность окончательных результатов должна быть около 5%.

Поэтому предлагаем более упрощённый вариант решения нелинейных задач путем экспериментально снятых ВАХ и ВКХ с полученными выше теоретическими результатами. Для этого необходимо обосновать каждый шаг, пренебрегая каким-то членом ряда в разложении, который считаем или предельно малым, или безрезультатным.

Классический метод подхода требует более строгих мер для ограничения количества членов ряда при условии его сходимости.

Исследуем сходимость ряда графическим методом, для чего путем проведения графического дифференцирования экспериментально снятых ВАХ и ВКХ построим первые производные k . С учетом коэффициентов, которые имеют место перед производными в разложениях функций Бесселя, определим отношение высших производных к первой, полагая амплитуду переменного напряжения равной $1 B$, и построим график отношения производных в диапазоне смещений.

Результаты исследования. Графические построения проведены для пяти типов нелинейных характеристик. На рис. 2-4 они представлены только для первого образца полупроводника с Au-n-GaAs структурой. На рисунке введены обозначения: A_i, C_i – соответствующие производные от экспериментально снятых ВАХ и ВКХ контактов по напряжению u_0 ; K_i – безразмерная величина, определяемая, в общем случае, как

$$K_1 = \frac{C_i U_{\sim}^{i-1}}{C_1}, \quad K_2 = \frac{A_i U_{\sim}^{i-1}}{A_1}. \quad (10)$$

Как следует из графиков рис. 4, построенных при $U_{\sim} = 1 B$, отношение производных убывает с ростом порядка U и начиная с $i=6$ становится пренебрежимо малым. Используя эти графики и учитывая выражения (10), оценим погрешность, которая будет иметь место при ограничении ряда производных двумя, тремя, четырьмя и пятью членами. Величину погрешности оценим в процентах по формуле

$$\eta = \frac{\sum_{i=n+1}^k A_i U^{i-1}}{\sum_{i=1}^n A_i U^{i-1}} 100\% , \quad (11)$$

где n – порядок учитываемых в расчетах производных; k – наивысший порядок производных, при котором их значения становятся бесконечно малыми по сравнению с предыдущим (в нашем случае принято $k = 6$).

Таблица

Результаты расчета величины погрешности η (в процентах)

Количество учитыв. членов в ряде	Тип кон- такта	(1) Au-n-GaAs		(2) n-Si		(3) (Pt-Rh)-n-Ge		(4) W-P-Si		(5) n-GaAs					
		$U_{10, B}$ P_1, B mBm	$U_{10, B}$ P_1, B mBm	$U_{10, B}$ P_1, B mBm	$U_{10, B}$ P_1, B mBm	$U_{10, B}$ P_1, B mBm	$U_{10, B}$ P_1, B mBm	$U_{10, B}$ P_1, B mBm	$U_{10, B}$ P_1, B mBm	$U_{10, B}$ P_1, B mBm	$U_{10, B}$ P_1, B mBm				
2	2	0,178	1,75	3,28	7,2	10,6	7,9	1,87	9,6	1,8	2,7	1,8	13,9	3,46	5,86
	10	4,85	11,1	28,7	13,6	50,8	63,5	86,2	72,6	8,0	12,0	12,8	19,2	22,8	13,0
3	2	0,11	0,34	1,00	0,26	3,11	0,66	1,03	0,66	<0,01	<0,01	0,38	2,02	0,84	3,38
	10	1,85	4,35	13,3	3,65	27,5	25,0	12,2	2,41	<0,04	<0,03	4,43	19,5	9,4	2,96
4	2	0,038	0,07	0,27	0,08	0,01	0,48	0,87	0,63	<0,01	<0,01	0,07	0,30	0,16	<0,01
	10	0,082	1,7	5,07	2,15	0,53	0,9	1,84	1,05	<0,01	<0,01	1,44	4,6	3,7	<0,01
5	2	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01	0,04	0,037	0,05	0,49	<0,01	<0,01	<0,01	0,015	0,02	<0,01
	10	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01	0,068	0,127	0,235	13,8	<0,01	<0,01	<0,01	0,4	0,72	<0,01

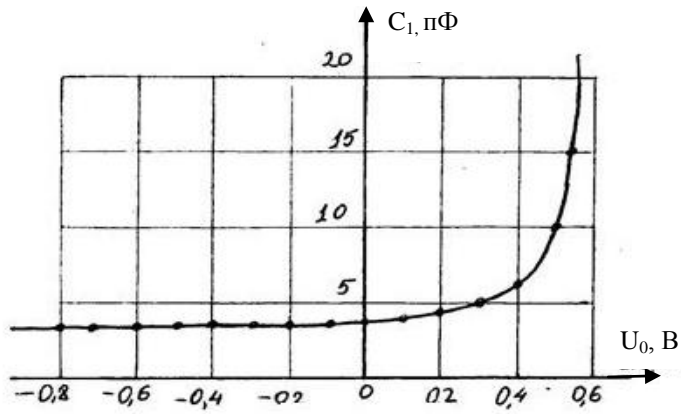


Рис. 2. ВКХ первого образца полупроводникового диода

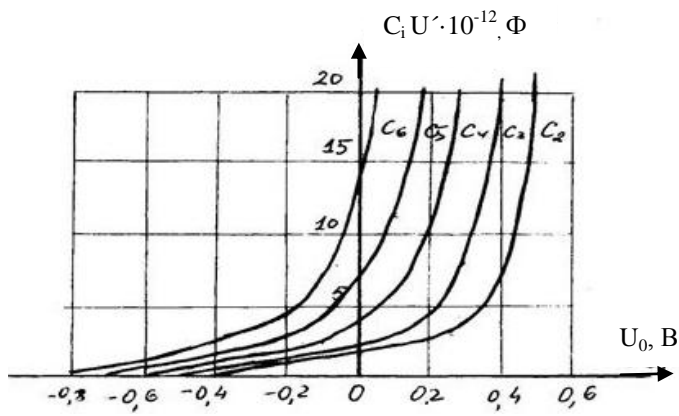


Рис. 3. Производные от ВКХ

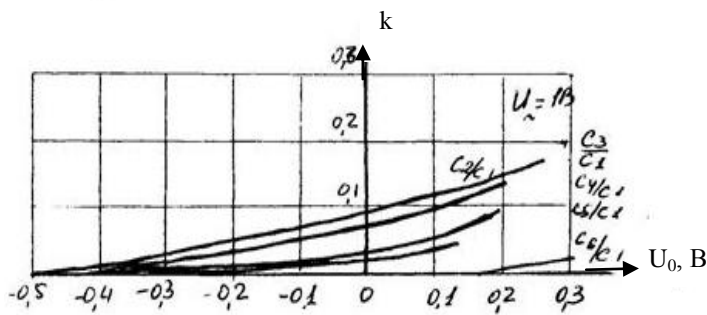


Рис. 4. Безразмерные величины K_1 от ВКХ

Расчет погрешности проведен для пяти различных типов контактов при трех значениях смещения U_0 .

Результаты расчета величины погрешности η (в процентах) приведены в таблице для $U_{\sim} = 0,447 В$ и $U_{\sim} = 1 В$, возникающей в режиме бегущей волны в линии, где волновое сопротивление $\rho = 50 Ом$, что соответствует амплитуде при мощности $P=2 мВт$ и $P=10 мВт$.

Согласно приведенным в таблице результатам, можно заключить, что при воздействии сигнала, амплитуда которого не превышает $0,5 В$, ограничение двумя первыми производными приведет к погрешности, не превышающей для рассмотренных контактов 14%. Учет первых трех производных снижает погрешность расчетов до 6%.

С увеличением амплитуды воздействующего сигнала до $1 В$ погрешность порядка 6% может быть получена при учете первых трех производных.

Таким образом, при анализе микроэлектронных и полупроводниковых приборов описанным выше методом необходимо учитывать, как минимум, первые две – три производные от ВАХ и ВКХ.

Ввиду того, что предложенный метод достаточно гибкий и позволяет учитывать динамические свойства комплексно-нелинейной проводимости контактов, становится очевидной перспективность его использования в качестве аппарата для анализа сложных микроэлектронных и полупроводниковых гибридных схем в диапазоне малых и средних амплитуд переменных сигналов.

Отметим, что современное развитие электронной и полупроводниковой техники требует применения оптимальных методов анализа, синтеза и расчета преобразователей СВЧ, так как именно эти устройства востребованы в системах противовоздушной обороны, авиации и зенитно-ракетных комплексах. Сочетание прикладных программ MATLAB и Lab VIEW позволяет существенно сократить время при построении ВАХ и ВКХ, а также соответствующие производные от этих характеристик, которые необходимы при оценке выбора для ограничения количества членов ряда.

Заключение. Предложенная методика анализа, синтеза и расчета СВЧ полупроводниковых параметрических преобразователей существенно упрощает решение нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами для любого нелинейного элемента с произвольными ВАХ и ВКХ, а также с экспериментально снятыми характеристиками, практически обеспечивая погрешность расчетов до 6%.

Литература

1. Каплан А.Е. Субгармонические колебания в параметрическом генераторе с нелинейной емкостью // Радиотехника и электроника. - 1963. - Т. 8, № 8. – С. 76-81.

2. **Басик И.В.** Метод определения компонент тока при воздействии на нелинейную систему суммы синусоидальных напряжений // Сборник научных трудов ЦНИИС.- 1948.- С. 70-76.
3. **Азоян М.С., Азоян Т.М.** Анализ многочастотного воздействия сигнала на комплексную нелинейную проводимость контакта // Вестник ГИУА (Политехник). Серия “Информационные технологии, электроника, радиотехника”. - 2014. - Вып. 17, № 1. - С. 87-91.
4. **Азоян М.С.** Вывод основных соотношений для полупроводникового параметрического делителя СВЧ // Вестник НПУА. “Информационные технологии, электроника, радиотехника”. - 2015.- № 1.- С. 91-97.

*Поступила в редакцию 02.07.2016.
Принята к опубликованию 09.12.2016.*

ԳԵՐԲԱՐՁԸ ՀԱՃԱԽՈՒԹՅԱՆ ՊԱՐԱՄԵՏՐԻԿ ՉԵՎԱՓՈԽԻՉՆԵՐԻ ԳՐԱՖՈԱՆԱԼԻՏԻԿ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅԱՆ ՄԵԹՈԴ

Մ.Ս. Ազոյան

Դիտարկվող պարամետրիկ ձևափոխիչների սխեմաները վերաբերում են փոփոխական գործակիցներով զծային և ոչ զծային ռադիոտեխնիկական շղթաներին: Նման սխեմաների վերլուծման ընթացքում առաջացած մաթեմատիկական հիմնախնդիրներն առաջին անգամ ձևակերպել է Էլերը 1772թ. (Լուսնի շարժման հավասարումը) և առաջարկել դրանց լուծման մեթոդները: Սկսած այդ պահից մինչև այսօր այդ հիմնախնդիրները դարձել են բավական շատ ուսումնասիրողների, այդ թվում՝ Լյապունովի, Մատյեի, Կոիլովի, Տաֆտի, Վան դեր Պոլի և ուրիշների հետազոտության առարկան: Տատանումների պարամետրիկ գրգռման հիմնախնդիրներն առաջին անգամ էլեկտրատեխնիկայում ծագեցին 1907թ.՝ շնորհիվ Պուանկարեի տեսական աշխատությունների և երեսունական թվերին՝ գիտնականների մի ամբողջ դպրոցի, որին պատկանում էին Մանդելշտամը, Պապալեքսին, Անդրոպովը, Միգուլինը և այլք: Այդ դպրոցի վաստակն այն է, որ առաջին անգամ ցույց տրվեց էլեկտրական ազդանշանների գեներացման և ուժեղացման հնարավորությունը, մշակվեց պարամետրիկ ռեզոնանսի տեսությունը՝ հաստատված բազմաթիվ փորձերով՝ ընդգրկելով ռադիոհաճախային տիրույթը: Անցյալ դարի հիսունական թվականներին կիսահաղորդչային սարքերի բուռն զարգացման և դրանց հաճախականային պարամետրերի էլեկտրական ղեկավարման պարզությամբ մինչև ԳԲՀ տիրույթ՝ աշխատությունները պարամետրիկ ուժեղարարների և ձևափոխիչների տեսության և կիրառման բնագավառում հասան իրենց զարգացման գագաթնակետին: ԳԲՀ պարամետրիկ ձևափոխիչների վերլուծման ընթացքում ոչ զծային ակտիվ տարրի վոլտ-ամպերային և վոլտ-կուլոնային բնութագիրը մոտարկող ֆունկցիայի համար պետք է որոշել Ֆուրյե-բաղադրիչներ: Անգամ երկհաճախային ազդանշանի համար ինտեգրալների հաշվարկը կապված է լուրջ բարդությունների հետ: Ճարտարագիտական տեսանկյունից ելնելով՝ առաջարկված է գրաֆոանալիտիկական

մեթոդ, որը կիրառելի է ցանկացած ոչ գծային ակտիվ տարրի համար, որի բնութագրերը կարող են տրվել կամայական կամ փորձնական եղանակով: Արդյունքում՝ հաշվարկման սխալը հասցվում է գործնականում 5%-ի, որը բավարար է նմանատիպ սարքերի վերլուծման գործընթացում:

Առանցքային բառեր. մոտարկում, պարամետրիկ բաժանարար, մղում, սպեկտր, վոլտ-ամպերային և վոլտ-կուլոնային բնութագրեր:

A GRAPHOANALYTICAL METHOD FOR ANALYZING THE PARAMETRIC CONVERTERS OF UHF

M.S. Azoyan

The considered circuits of parametric converters belong to linear and nonlinear radio engineering circuits with variable parameters. The mathematical problems arising at the analysis of such schemes was first formulated by Euler in 1772, examining the equations of motion of the Moon and proposed methods for solving them. Since then, these problems have been the object of study of many researchers, including Lyapunov, Hill, Mathieu, Krylov, Taft, Van der Pol and others. The problems of parametric excitation of oscillations in electrical engineering arose for first time in 1907, thanks to the theoretical works of Poincare, and in the 1930s-thanks to the works of an entire school of scientists, to which Mandelstam Papaleksi, Andronov, Migulin and others belong. The merit of this school is that they were the first to show the possibility of amplification and generation of electrical signals, developed the theory of parametric resonance confirmed by numerous experiments, including also in the radio frequency range. In the 1950s, in connection with the rapid development of semiconductor devices and the simplicity of electrical control of their parameters with frequencies up to the UHF, the works in the theory and application of parametric amplifiers and converters with controlled reactivity reached the top of development. It is known that at analyzing the parametric converters of UHF, it is necessary to determine the Fourier components for non-linear functions of charge $q(u)$ and current $i(u)$ approximating the volt-coulomb and current-voltage characteristics (WSS and CVC) of the active element. The calculation of integrals, even at an impact of a dual frequency signal on a non-linear element is connected with certain difficulties. From an engineering point of view, a graphical-analytical method of analysis acceptable for any nonlinear active element of arbitrary characteristics is proposed. As a result, the calculation error is about 5%, which is acceptable from a practical point of view for the analysis and synthesis of parametric converters of UHF.

Keywords: approximation, parametric, divider, multiplier, pump, volt-ampere, and volt-coulomb characteristics.