УДК 532.592.7

ТРАНСФОРМАЦИЯ ДЛИННЫХ ВОЛН В ПРИУСТЬЕВОМ ВЗМОРЬЕ

Ш.Н. Гагошидзе, М.А. Кодуа

Грузинский технический университет, Грузия

Приводится асимптотическое решение задачи о распространении длинных волн в устьевом взморье. В качестве исходных используются линеаризованные уравнения мелкой воды. Показано, что на уменьшающихся глубинах при распространении волн в сторону устья реки речное течение уменьшает интенсивность роста высот волны и одновременно препятствует уменьшению ее длины. Полученные соотношения показывают, что трансформация длины волны зависит не только от параметров речного потока и глубины моря, но и от частоты волновых колебаний.

Ключевые слова: взморье, длинные волны, скорость речной струи, переменная глубина, трансформация волн.

Введение. Предлагаемое ниже решение задачи о распространении длинных поверхностных волн навстречу речному потоку, поступающему в море с умеренно наклонным дном, в отличие от используемых в настоящее время в практике инженерного проектирования уравнений баланса переносимой волнами энергии [1-4], опирается на прямое применение линеаризованных уравнений мелкой воды, приведенных, в частности, в [5], и дает возможность более детально следить за изменением конфигурации волновой поверхности.

Задача решается в плоской постановке в декартовой системе координат (рис. 1), в которой устьевое сечение реки из-за относительной малости глубины аппроксимировано в виде точечного источника, расположенного в начале координат, а стационарная скорость речного потока по мере продвижения в сторону моря падает обратно пропорционально глубине моря, дно которого аппроксимировано в виде наклонной плоскости.

Исходные уравнения. В условиях устьевого взморья, где поступающий в море речной поток носит плавно изменяющийся характер, линеаризованную систему уравнений мелкой воды плоского волнового движения можно записать в виде [5]

$$\begin{aligned}&\frac{\partial v}{\partial t}+U_0\frac{\partial v}{\partial x}=-g\frac{\partial \xi}{\partial x},\\&\frac{\partial \xi}{\partial t}+U_0\frac{\partial \xi}{\partial x}=-\frac{\partial Hv}{\partial x},\end{aligned}\qquad(1)$$

где $U_0(x)$ и $H(x)$ – соответственно скорость и глубина стационарного невозмущенного движения потока (рис. 1); $x-$ продольная координата, причем ось Ox совпадает с невозмущенной поверхностью потока, а ось Oz направлена вертикально вверх; $v(x,t)$ – продольные скорости частиц жидкости, обусловленные длинноволновыми возмущениями; $\xi(x,t)$ - координата волновых возмущений свободной поверхности моря. Здесь же следует отметить, что при выводе системы (1) принято, что скорость речной струи по мере продвижения в сторону моря меняется значительно медленнее, чем скорости волновых возмущений, т.е. $\frac{\partial U_0}{\partial x} << \frac{\partial v}{\partial x}$.

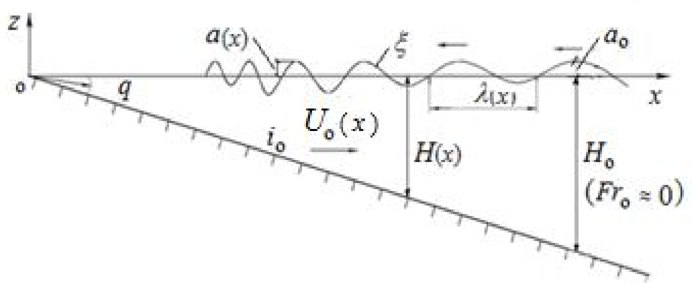

Рис. 1. Расчетная схема трансформации длинных волн в приустьевом взморье

В соответствии с расчетной схемой, приведенной на рис. 1, глубина и скорость основного стационарного течения могут быть представлены соотношениями

$$H_0 = i_0 x, \qquad U_0 = \frac{q}{H_0} = \frac{q}{i_0 x} \quad , \tag{2}$$

где q – мощность источника (удельный расход реки в устьевом створе); i_0- уклон дна.

Исключая из системы (1) координату волновых возмущений и представляя решения в виде функции $v = \bar{v}(x)e^{i\sigma t}$, $\xi = \bar{\xi}(x)e^{i\sigma t}$, которые лишь периодически зависят от времени, уравнение для скоростей возмущений с учетом обозначений (2) примет вид

$$\left(gi_0 x - \frac{q^2}{(i_0 x)^2}\right)\cdot\frac{d^2\bar{v}}{dx^2} + \left(2gi_0 - \frac{2gi\sigma}{i_0 x}\right)\cdot\frac{d\bar{v}}{dx} + \sigma^2\bar{v} = 0 \ , \tag{3}$$

где $i-$ мнимая единица; $\sigma = \frac{2\pi}{\tau}-$ частота волновых колебаний; $\tau-$ период.

Точное аналитическое решение уравнения (3) возможно лишь при отсутствии стационарного течения жидкости, т.е. когда $q = 0$. В этом случае уравнение (3) приводится к уравнению Бесселя, асимптотическое решение которого приводит к известному закону Грина – возрастанию амплитуд длинных волн по море их приближения к берегу (амплитуда меняется как $\sqrt[4]{1/x}$) [6].

Рассмотрим волновое движение в случае, когда $q \neq 0$на тех расстояниях от устья, на которых $gi_0 x > \dfrac{q^2}{(i_0 x)^2}$, т.е. на расстояниях, где числа Фруда потока значительно меньше единицы, что обычно выполняется почти во всех устьях рек. Тогда уравнение (3) можно записать в виде

$$x^2 \frac{d^2 \bar{v}}{dx^2} + \left(2x - \frac{2i\sigma q}{gi_0^2} \right) \cdot \frac{d\bar{v}}{dx} + \frac{\sigma^2}{gi_0} x\bar{v} = 0. \tag{4}$$

При тех же условиях малости $\dfrac{q^2}{(i_0 x)^2}$, по сравнению с $gi_0 x$, уравнение (4) допускает дальнейшее упрощение и также сводится к уравнению типа Бесселя, решение которого, выраженное через функции Ханкеля, принимает вид

$$v = Cx^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{i\sigma q}{qi_0^2} \cdot \frac{1}{x}} \cdot H_1^{(1,2)} \left(2\sqrt{\frac{\sigma^2 x}{gi_0}} \right) e^{i\sigma t}, \tag{5}$$

где $H_1^{(1,2)}$ – функция Ханкеля первого порядка первого и второго рода; C – произвольная постоянная интегрирования (нормировочная амплитуда).

Асимптотические решения. В дальнейшем из двух функций Ханкеля первого и второго рода в качестве расчетной выбираем функцию Ханкеля первого рода, которая соответствует волне, набегающей из морской области в сторону устья.

Представляя (5) в асимптотическом виде и отделяя действительные части решения, получаем простую расчетную формулу для скоростей волновых возмущений:

$$v = C\sqrt{\frac{1}{\pi}} \cdot \sqrt[4]{\frac{gi_0}{\sigma^2}} \cdot x^{-3/4} \cdot \cos\left(\sigma t - \frac{\sigma q}{gi_0^2} \cdot \frac{1}{x} + 2\sqrt{\frac{\sigma^2 x}{gi_0}} - \frac{3}{4}\pi \right) . \tag{6}$$

Для свободной поверхности потока в соответствии с (5), исходя из второго уравнения системы (1), получаем следующую асимптотическую зависимость:

$$\xi = a\sqrt{\frac{1}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{gi_0}{\sigma^2}} \cdot x^{-1/4} \cdot \left(-\sqrt{\frac{i_0}{g}} + \frac{q^3}{g^2 i_0^4} \cdot x^{-4.5} + \frac{q^2}{g^{3/2} i_0^{5/2}} \cdot x^{-3} \right) \sin\left(\sigma t + 2\sqrt{\frac{\sigma^2 x}{gi_0}} - \frac{\sigma q}{gi_0^2} \cdot \frac{1}{x} - \frac{\pi}{4} \right) (7).$$

Анализируя (7), приходим к заключению, что по мере приближения к устью реки все заметнее сказывается влияние уменьшения глубин и увеличения скорости речного потока на конфигурацию волны. В первом случае высота волн возрастает, и волна становится все круче. Однако во втором случае, как это будет показано ниже, понижается интенсивность как увеличения высоты волны, так и уменьшения её длины, а в створе, где число Фруда $Fr_m = \dfrac{U_{0m}^2}{gH_m}$ стационарного речного потока становится равным 0,565, амплитуда обращается в нуль, т.е. течение реки блокирует волну.

Расчетные соотношения и графики. В соответствии с полученными решениями коэффициент трансформации амплитуды волны выражается зависимостью

$$K_a = \frac{a_x}{a_0} = \sqrt[4]{\frac{H_0}{H_x}} \cdot \frac{1 - Fr_0^{3/2}\left(\dfrac{H_0}{H_x}\right)^{3/2} - Fr_0\left(\dfrac{H_0}{H_x}\right)}{1 - Fr_0^{3/2} - Fr_0}, \qquad (8)$$

где индексами “x” и “0” помечены амплитуды волн и параметры стационарного неравномерного потока соответственно в произвольном створе с координатой x и в створе 0, расположенном на большом расстоянии от устьевого сечения, где задана амплитуда a_0 приходящей со стороны моря длинной волны и где числа Фруда речного потока $Fr_0 = \dfrac{q^2}{gH_0^3}$ становятся весьма малыми. На рис. 2 по зависимости (8) построены кривые $K_a = f(\dfrac{H_x}{H_0}, Fr_0)$ для различных значений $Fr_0 = 0{,}0$; 0,02; 0,04; 0,08 и 0,2, расположенных сверху вниз, причем кривая $Fr_0 = 0{,}0$ отвечает случаю полного отсутствия речного притока и указывает на рост амплитуды длинной волны по мере приближения к берегу в соответствии с законом Грина, т.е. пропорционально $\sqrt[4]{\dfrac{H_0}{H_x}}$ [6].

Как видно из рис. 2, наличие речного притока приводит к уменьшению амплитуды волны, приходящей со стороны моря, и даже к полному гашению волн на определенных расстояниях от устья, где числа Фруда речного потока достаточно велики.

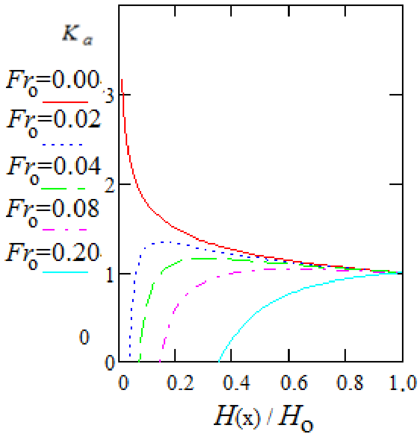

Рис. 2. Коэффициенты трансформации амплитуды длинной волны в зависимости от относительных глубин и чисел Фруда встречного речного потока, заданных в сечении взморья с глубиной H_0

Что касается длины волны, то её изменение, определяемое фазой волны, согласно (7), зависит не только от параметров речного потока и глубин моря, но и от частоты σ волновых колебаний, которая считается заданной и постоянной величиной на всем пути продвижения волн к устью реки. Однако для практических расчетов влиянием σ можно пренебречь и рассчитать трансформацию длины волны на основе известного соотношения Лагранжа и условия $\sigma = const$ (так, как это делается в [3,4] и во многих других работах), т.е. исходя из условия

$$\sigma = \frac{2\pi}{\lambda(x)}\left[\frac{q}{H(x)} - \sqrt{gH(x)}\right] = const. \tag{9}$$

Тогда коэффициент трансформации длины волны можно выразить зависимостью

$$K_\lambda = \frac{\lambda_x}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{H(x)}{H_0}}\left[\frac{1}{1-\sqrt{Fr_0}} - \frac{\sqrt{Fr_0}}{1-\sqrt{Fr_0}}\left(\frac{H_0}{H(x)}\right)^{3/2}\right], \tag{10}$$

где λ_0 и Fr_0 – соответственно длина волны и число Фруда, заданные на глубине H_0, где влияние течения ничтожно мало.

По зависимости (10) на рис. 3 построены кривые для определения длины волны в произвольном створе устьевого взморья (если только заданы длина волны и скорость стационарного течения в каком-нибудь отдаленном от устья створе).

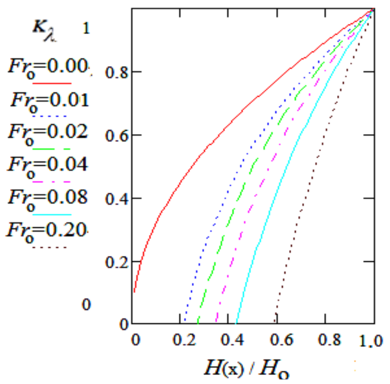

Рис. 3. Коэффициенты трансформации длин волн в зависимости от относительных глубин взморья и чисел Фруда встречного речного потока, заданных в сечении взморья с глубиной H_0

Необходимо отметить, что приведенные выше расчетные соотношения применимы лишь для необрушивающихся длинных волн, т.е. при выполнении условия $a_x < 0{,}39 H_x$.

Выводы. Исходя из приведенных выше расчетных соотношений и графических построений, можно прийти к следующим выводам:

1. На уменьшающихся глубинах при распространении волн в сторону устья реки речное течение уменьшает интенсивность роста высот волны и одновременно препятствует уменьшению ее длины.
2. Трансформация длины волны зависит не только от параметров речного потока и глубины моря, но и от частоты волновых колебаний.

Литература

1. **Unna P.I.** Waves and Tidal Streams // Nature. – 1942. - V . 149. – P. 124-143.
2. **Longuet-Higgins M.S., Steward R.W.** The Changes in Amplitude of Short Gravity Waves on Steady Non Uniform Currents // J.Fluid Mechanic. – 1961. - № 10.- P . 56 – 73.
3. Практикум по динамике океана / Ред. **А.В. Некрасов, Е.Н. Пелиновский** – СПб.: Гидрометеоиздат, 1992.- 320 с.
4. **Войнич-Сяноженцкий Т.Г.** Гидродинамика устьевых участков рек и взморий без приливных морей // Тр.ЗакНИГМИ.- Л.: Гидрометеоиздат, 1972.- Вып. 46(56). – Р. 204.
5. **Стокер Дж. Дж.** Волны на воде. – М.: ИЛ, 1959. - 620 с.
6. **Ламб Г**. Гидродинамика. – М.: Гостехиздат, 1947. - 928 с.

Поступила в редакцию 16.10.2014.
Принята к опубликованию 20.11.2014.

ԾՈՎԱԲԵՐԱՆՆԵՐՈՒՄ ԵՐԿԱՐ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՓՈԽԱԿԵՐՊՈՒՄԸ

Շ.Ն. Գագոշիձե, Մ.Ա. Կոդուա

Ներկայացվում է ծովային ջրաբերաններում երկար ալիքների տարածմանը վերաբերող խնդրի ասիմպտոտիկ լուծումը: Որպես ելակետային օգտագործվում են ծանծաղ ջրերի համար գծայնացված հավասարումները: Ցույց է տրված, որ խորությունների նվազման պայմաններում դեպի գետաբերան տարածվող ալիքների համար գետի հոսանքը փոքրացնում է ալիքի բարձրության աճի թափը և միաժամանակ խոչընդոտում ալիքի երկարության նվազմանը: Ստացված հարաբերությունները ցույց են տալիս, որ ալիքի երկարության մարման ընթացքը պայմանավորված է ոչ միայն գետի պարամետրերով և ծովի խորությամբ, այլ նաև՝ ալիքային տատանման հաճախականությամբ:

Առանցքային բառեր. ծովաբերան, երկար ալիքներ, գետի հոսքի արագություն, փոփոխական խորություն, ալիքների փոխակերպում:

TRANSFORMATION OF LONG WAVES IN THE SEASIDE ESTUARY

Sh.N. Gagoshidze, M.A. Kodua

An asymptotic solution for the problem of propagation of long waves at the seaside mouth is introduced. As initial equations the linearized equations of shallow water are used. It is shown that in the decreasing depths at propagation of waves in the direction of the river mouth, the river flow reduces the growth rate of the wave height, and at the same time prevents the reduction of its length. The relations obtained show that the transformation of the wave length depends not only on the parameters of the river flow and the sea depths, but also on the frequency of the wave oscillations.

Keywords: seashore, long waves, the speed of the river stream, variable depth, wave transformation.