

УДК 621.3.084.2

**ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА РАССЕЙЯНИЯ ТЕПЛООВОГО
ПОТОКА МИКРО- И НАНОЧАСТИЦ С ПОМОЩЬЮ
СООТВЕТСТВУЮЩЕГО КОЭФФИЦИЕНТА МАКРОСКОПИЧЕСКОГО
ТЕЛА**

Н.З. Григорян

Национальный политехнический университет Армении

Дано представление коэффициента рассеяния теплового потока (КРТП) и вероятности его отклонения в зависимости от значения КРТП макроскопического тела. Указанное представление реализовано путем введения плотности распределения. Рассмотрены шесть случаев вероятных функций, для каждого из которых были использованы указанные представления. Получены аналитические виды КРТП микро- и наночастиц, причем для последнего случая (см. рис. 1е) полученное представление КРТП осуществлялось с помощью интеграла вероятности.

Ключевые слова: интеграл вероятности, плотность распределения, коэффициент рассеяния теплового потока, микрочастица, наночастица, предельное отклонение.

Введение. Существует ряд задач, где используется коэффициент рассеяния теплового потока вещества, например, при оценке времени охлаждения температурного элемента термодатчиков (ТД) [1] и индуктивных ТД [2], оценке теплового рассеяния диэлектрического элемента индуктивного ТД или в ряде других электрических аппаратов [3,4] и т.д.

Развитие современных технологий привело к появлению новых веществ, которые дали возможность уменьшить размеры узлов, отдельных элементов и всего устройства. Иногда эти размеры получаются настолько маленькими, что невозможно их представить в качестве макроскопического элемента. Например, линейные геометрические размеры Δl теплоэлементов индуктивных ТД [2,5] могут находиться в пределах от $10^{-5} м$ до $10^{-3} м$.

Необходимость уменьшения размеров термоэлемента обусловлена тем, что это даёт возможность повысить эффективность их работы, сделать их более быстродействующими и чувствительными, поскольку уменьшается инертность. Например, время отклика может достичь $10^{-4} с$. Для таких датчиков оценку времени реагирования при изменении температуры измеряемого тела необходимо проводить с учетом КРТП. Поскольку измеряемый термоэлемент имеет очень маленький размер ($\Delta l \in (10^{-5} \dots 10^{-3}) м$), то его можно принять в качестве микро-термоэлемента. В литературе существует много работ и справочных данных для цифровых значений этих коэффициентов [6], но их

можно использовать только применительно к макрочастицам и макроэлементам. Для разных микротел или элементов значения КРТП для этих же веществ (в зависимости от их размеров) могут существенно отличаться от КРТП макрочастиц. Это зависит от дефектов, существующих в их молекулярных (атомных) конструкциях: нано- и микрозазоров [2]; видов распределения этих дефектов и зазоров; размеров этих элементарных частиц и т.д. Например, если частицы настолько велики, что их можно представить в виде макрочастиц, то влияние этих дефектов настолько мало, что ими можно пренебречь. В этих случаях можно использовать значения, взятые из справочников [6].

Из вышесказанного следует, что каждая элементарная частица из того же материала может иметь разные значения КРТП, при этом значение КРТП имеет случайный характер, однако в любом случае это значение ограничено в неких пределах. Здесь мы будем рассматривать наиболее вероятные характерные изменения.

Постановка задачи и методы исследования. Цель настоящей работы - дать представление для КРТП микро- и наночастиц в зависимости от справочных данных (K_0) и возможных его отклонений (ΔK), где K_0 является КРТП макрочастицы, и получить для некоторых вероятных случаев плотности распределения аналитические выражения КРТП микро- и наночастиц. Для решения этой задачи используем понятие элементарного объема dv , при этом $dx \leq 10^{-9}$ м; $dy \leq 10^{-9}$ м; $dz \leq 10^{-9}$ м. Для каждого элементарного объема dv введем понятие плотности коэффициента теплового потока следующим образом [3]:

$$\bar{K} = \frac{\int_{K_0-\Delta K}^{K_0+\Delta K} \rho(K) K dK}{\int_{K_0-\Delta K}^{K_0+\Delta K} \rho(K) dK}, \quad (1)$$

где $\rho(K)$ - плотность распределения теплового потока микро- и наночастиц; K_0 - величина, известная в литературе как КРТП данного материала; ΔK - предельное отклонение значения; K - текущая наночастица.

Выражение (1) дает возможность при известной плотности коэффициента теплового потока в элементарном объеме определить значение КРТП в зависимости от его макрозначения K_0 и вероятного рассеяния ΔK . Если принять, что $\rho(K) = const$, то для \bar{K} из (1) получим $K_0 = \bar{K}$, как и должно быть.

Распределение $\rho(K)$ зависит от теплового элемента, его физических свойств, влияния внешних воздействий, которое со временем может измениться.

Исходя из вышесказанного, приходим к выводу, что почти невозможно точно определить плотность КРТП, однако если известен некий вид $\rho(K)$ функции [7], то можно представить его приближенный вид в пределах $K = K_0 - \Delta K \dots K_0 + \Delta K$. В нашей задаче \bar{K} будем решать с помощью $\rho(K)$ для случаев, показанных на рис. 1.

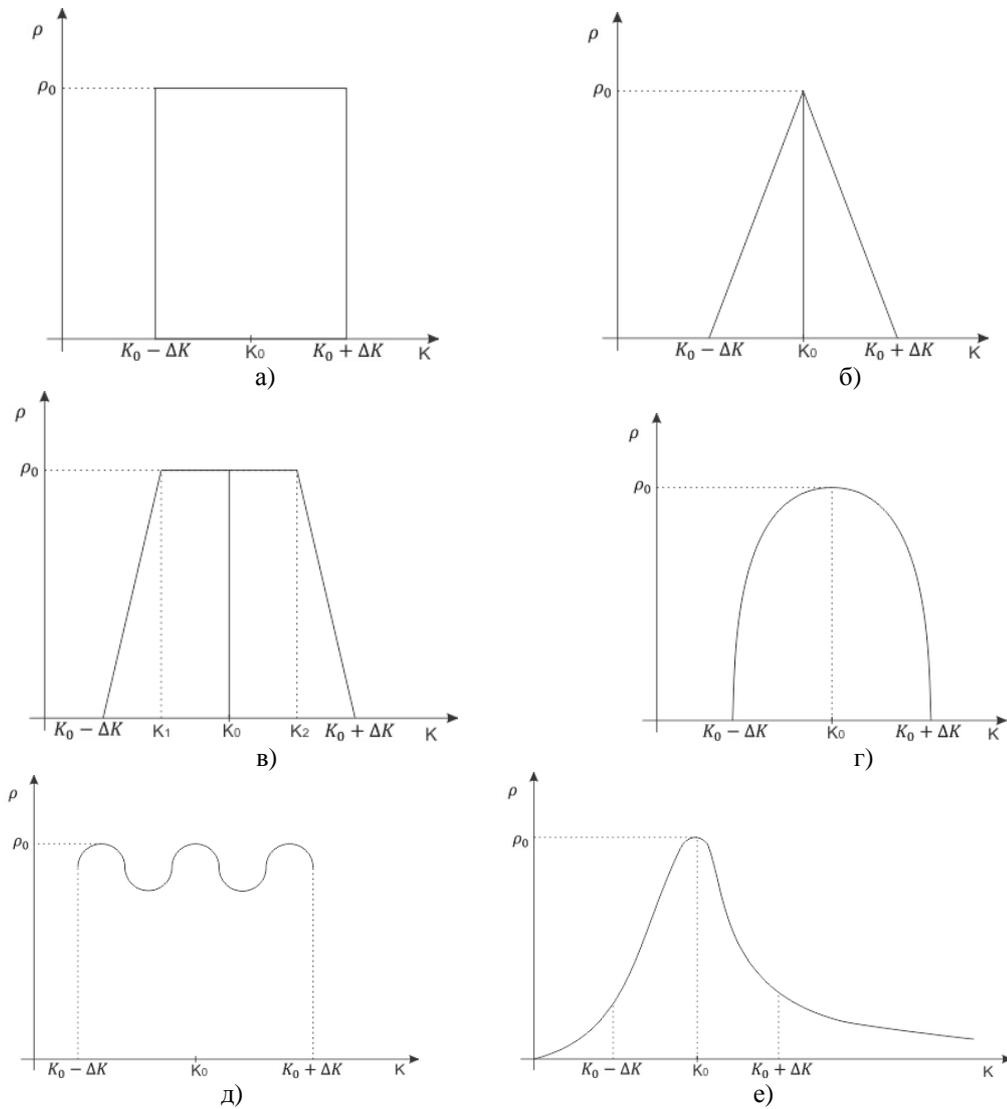


Рис. 1. Некоторые вероятные случаи плотности распределения КРТП для элементарных частиц

Предполагается, что приведенному на рис. 1е виду при $K = 0$; $\rho(K) = 0$ соответствует отсутствие вещества. В действительности $\rho(K)$ может принимать значение “0” в случаях, когда $K = K_0 - \Delta K$ или $K = K_0 + \Delta K$, где $K_0 - \Delta K \geq 0$. В табл. 1 пункта 6 приведённый вид $\rho(K)$ такой, что $\rho(K_0 - \Delta K) = \rho(K_0 + \Delta K) = 0$.

В табл. 1 даны аналитические выражения для $\rho(K)$ в соответствии со случаями, представленными на рис. 1.

Таблица 1

Аналитические выражения для $\rho(K)$ в соответствии с рис. 1

№	$\rho(K)$	Случай, соответствующий рис. 1	K
1	$\rho = \rho_0$	рис. 1 а	$K \in [K_0 - \Delta K \div K_0 + \Delta K]$
2	$\rho = K \frac{\rho_0}{\Delta K} + \rho_0 \left(1 - \frac{K_0}{\Delta K}\right)$ $\rho = -K \frac{\rho_0}{\Delta K} + \rho_0 \left(1 + \frac{K_0}{\Delta K}\right)$	рис. 1 б	$K \in [K_0 - \Delta K \div K_0]$ $K \in [K_0 + \Delta K \div K_0]$
3	$\rho = K \frac{\rho_0}{\Delta K} + \rho_0 \left(1 - \frac{K_1}{\Delta K}\right)$ $\rho = \rho_0$ $\rho = -K \frac{\rho_0}{\Delta K} + \rho_0 \left(1 + \frac{K_2}{\Delta K}\right)$	рис. 1 в	$K \in [K_0 - \Delta K \div K_1]$ $K \in [K_1 \div K_2]$ $K \in [K_2 \div K_0 + \Delta K]$
4	$\rho = -K^2 \frac{\rho_0}{\Delta K^2} + 2K \frac{\rho_0 K_0}{\Delta K^2} - \frac{\rho_0}{\Delta K^2} (K_0^2 \Delta K^2)$	рис. 1 г	$K \in [K_0 - \Delta K \div K_0 + \Delta K]$
5	$\rho = \rho_0 + a' \cdot \sin \omega K$	рис. 1 д	$K \in [K_0 - \Delta K \div K_0 + \Delta K]$
6	$\rho = \frac{\Delta K^2 - (K - K_0)^2}{\Delta K^2} \rho_0 \cdot e^{-a(K - K_0)^2}$	рис. 1 е	$K \in [K_0 - \Delta K \div K_0 + \Delta K]$

В таблице: ω – угловая скорость, $\omega = 2\pi\nu$; ν – частота смещения; ρ_0 – максимальное значение $\rho(K)$, когда K равно K_0 ; a – такая постоянная, что aK^2 – безразмерная величина.

Исходя из табл. 1, можно получить аналитические выражения для интегралов A, B, \bar{K} , где

$$A = \int_{K_0 - \Delta K}^{K_0 + \Delta K} \rho(K) dK; \quad B = \int_{K_0 - \Delta K}^{K_0 + \Delta K} K \rho(K) dK; \quad \bar{K} = \frac{\int_{K_0 - \Delta K}^{K_0 + \Delta K} \rho_0 K dK}{\int_{K_0 - \Delta K}^{K_0 + \Delta K} \rho_0 dK}.$$

Результаты приведены в табл. 2.

Таблица 2

Представления A, B, \bar{K} в соответствии с табл. 1

N	A	B	\bar{K}
1	$2\rho_0\Delta K$	$2\rho_0K_0\Delta K$	K_0
2	$\rho_0\Delta K$	$\frac{\rho_0(K_0\Delta K + \Delta K^2)}{3}$	$\frac{2}{3}(K_0 + \Delta K)$
3	$\rho_0 \frac{K_2 - K_1 + 2\Delta K}{2}$	$\frac{1}{K_2 - K_1 + 2\Delta K} \left(\frac{3K_2K_0^2 - 5K_2^3 + K_1^2}{3\Delta K} + \frac{2K_2^2 + K_2\Delta K - 2K_1K_0 + K_1\Delta K}{3\Delta K} \right) +$	$\frac{1}{K_2 - K_1 + 2\Delta K} \left(\frac{3K_2K_0^2 - 5K_2^3 + K_1^2}{3\Delta K} + \frac{2K_2^2 + K_2\Delta K - 2K_1K_0 + K_1\Delta K}{3\Delta K} \right) +$
4	$\frac{4}{3} \cdot \frac{\rho_0 K_0^2}{\Delta K}$	$4 \cdot \rho_0 K_0 \Delta K$	$\frac{3\Delta K^2}{K_0}$
5	$2\rho_0\Delta K$	$2\rho_0K\Delta K + \frac{2a'}{\omega} \sin(\omega\Delta K) \times$ $\times \cos\omega K_0 - \frac{a'}{\omega} (K_0 + \Delta K) \cos(\omega K +$ $+ \omega\Delta K) + \frac{a'}{\omega} (K_0 - \Delta K) \cos(\omega K_0 -$ $- \omega\Delta K)$	$\frac{1}{2\rho_0\Delta K} (2\rho_0K\Delta K + \frac{2a'}{\omega} \sin(\omega\Delta K) \times$ $\times \cos\omega K_0 - \frac{a'}{\omega} (K_0 + \Delta K) \cos(\omega K +$ $+ \omega\Delta K) + \frac{a'}{\omega} (K_0 - \Delta K) \cos(\omega K_0 -$ $- \omega\Delta K)$
6	$\frac{\rho_0\Delta K}{2\pi^2\sqrt{\pi}} \operatorname{erf}(z) +$ $+\frac{\rho_0\Delta K}{\pi^2} e^{-\alpha(\Delta K)^2}$	$\left(\rho_0 - \frac{K_0^2\rho_0}{\Delta K^2} \right) 2K_0\sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) +$ $+\frac{2\rho_0K_0}{\Delta K^2} \left(\frac{1}{a}\sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) + \right.$ $\left. + 2K_0^2\sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) - \frac{\Delta K}{a} e^{-\alpha(\Delta K)^2} \right) -$ $-\frac{\rho_0}{\Delta K^2} \left(\frac{2K_0}{a}\sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) + \right.$ $\left. + K_0 \left(\frac{1}{a}\sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) + \right. \right.$ $\left. \left. + 2K_0^2\sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) - \frac{\Delta K}{a} e^{-\alpha(\Delta K)^2} \right) -$ $-\frac{2K_0\Delta K}{a} e^{-\alpha(\Delta K)^2}$	$\left(\frac{\Delta K^2 - K_0^2}{\Delta K^2} \cdot 2\sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) + \right.$ $\left. + 2K_0 \left(\frac{1}{a}\sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) + \right. \right.$ $\left. \left. + 2K_0^2\sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) - \frac{\Delta K}{a} e^{-\alpha(\Delta K)^2} \right) -$ $-\left(\frac{2K_0}{a}\sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) + \right.$ $\left. + K_0 \left(\frac{1}{a}\sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) + \right. \right.$ $\left. \left. + 2K_0^2\sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) - \frac{\Delta K}{a} e^{-\alpha(\Delta K)^2} \right) -$ $-\frac{2K_0\Delta K}{a} e^{-\alpha(\Delta K)^2} \Big) /$ $/ \left(\frac{\Delta K^2 - K_0^2}{2\pi^2\sqrt{\pi}} \operatorname{erf}(\Delta K\sqrt{a}) + \right.$ $\left. + \frac{\Delta K^2 - K_0^2}{\pi^2} e^{-\alpha(\Delta K)^2} \right)$

В случае, когда ρ_0 имеет вид рис. 1е, то полученное значение \bar{K} выражается с помощью интеграла вероятности $\operatorname{erf}(\sqrt{a}\Delta K)$ [8]:

$$\operatorname{erf}(\sqrt{a}\Delta K) = \int_{-\sqrt{a}\Delta K}^{\sqrt{a}\Delta K} e^{-z^2} dz,$$

т.е. когда значение $\rho(K)$ представлено в виде рис. 1, то полученное значение \bar{K} выражается с помощью интеграла вероятности. Если принять, что

$\frac{\Delta K}{K} \cdot 100 \in (5 \div 10)\%$, то, как видно из табл. 2, расхождение между \bar{K} и K не превышает 50%.

Выводы

1. Для КРТП элементарных частиц дано представление в виде (1), которое позволяет определить коэффициент рассеяния элементарных частиц с помощью КРТП для макрочастиц.

2. Для \bar{K} введено понятие распределения плотности и приведены его некоторые вероятные виды.

3. Для некоторых вероятных случаев ρ_0 получены выражения, которые имеют аналитический вид или выражены с помощью интеграла вероятности для \bar{K} .

4. Расхождение КРТП элементарных частиц и макрочастиц при $\frac{\Delta K}{K} \cdot 100 = 10\%$ не превышает 50%.

Литература

1. **Գրիգորյան Ն.Զ.** Ինդուկտիվ ջերմային տվիչի դիէլեկտրիկ ջերմային տարրով ուղղանկյունանիստ տեսք ունեցող դեֆեկտների և դրանց սահմանների գնահատումը // ՀՊՃՀ տարեկան գիտաժողով. Նյութերի ժողովածու.- Երևան, 2014.- Հատոր 2.- էջ 418-423:
2. ՀՀ գյուտի արտոնագիր 2361 А: Ինդուկցիոն ջերմային տվիչ / **Ն. Գրիգորյան, Գ. Մինասյան.** - 2010:
3. Проектирование электрических аппаратов / Под ред. **Г.Н. Александрова.** – Л.: Энергоатомиздат, 1985.- 448 с.
4. **Юдаев Б.Н.** Теплопередача: Учебник для вузов.- 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш. школа, 1981.- 319 с.
5. ՀՀ գյուտի արտոնագիր 2362 А: Փոքրածավալ ինդուկտիվ տվիչի ջերմային տարրի ընտրության եղանակ / **Ն. Գրիգորյան, Գ. Մինասյան.**- 2010:
6. Справочник по физико-техническим основам криогеники / Под ред. проф. **М.П. Молкова.**- М.: Энергоатомиздат, 1985.- 432 с.
7. **Шалимов В.А.** Учебное пособие / Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Российской Федерации <http://cat.conydocs.org/docs/index-12711.html?page=6>.
8. **Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.** Интегралы и ряды: элементарные функции. – М.: Наука, 1984.- 788 с.

*Поступила в редакцию 12.03.2015.
Принята к опубликованию 26.05.2016.*

**ՄԻԿՐՈ ԵՎ ՆԱՆՈ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՋԵՐՄԱՅԻՆ ՀՈՍՔԻ ՑՐՄԱՆ ԳՈՐԾԱԿՑԻ
ՆԵՐԿԱՅԱՑՈՒՄԸ ՆՐԱ ՄԱԿՐՈՍԿՈՊԻԿ ՄԱՐՄՆԻ ՀԱՄԱՊԱՏԱՍԽԱՆ ԳՈՐԾԱԿՑԻ
ՄԻՋՈՑՈՎ**

Ն.Զ. Գրիգորյան

Նյութերի տարրական մասնիկների ջերմային հոսքի ցրման գործակցի (ՋՀՑԳ) համար տրվել է ներկայացման տեսք, որը կախված է մակրոսկոպիկ մարմնի ՋՀՑԳ-ի և այդ գործակցից նրա ունեցած հավանական շեղումից: Ներկայացումն իրականացվել է ՋՀՑԳ-ի խտության ներմուծման միջոցով: Ներկայացվել են ՋՀՑԳ-ի խտության վեց հավանական դեպքեր, և այդ դեպքերի համար օգտագործվել է ՋՀՑԳ-ի ներկայացման տեսքը: Միկրո-նանո մասնիկի ՋՀՑԳ-ի համար ստացվել են անալիտիկ տեսքեր, ընդ որում՝ խտության վեցերորդ դեպքի համար ստացված ՋՀՑԳ-ի ներկայացումն իրականացվել է հավանականային ինտեգրալի միջոցով:

Առանցքային բառեր. հավանականային ինտեգրալ, բաշխման խտություն, ջերմային հոսքի ցրման գործակցից, միկրոմասնիկ, նանոմասնիկ, սահմանային շեղում:

**INTRODUCING THE THERMAL FLOW DISPERSION COEFFICIENT OF
MICRO- AND - NANO PARTICLES BY THE CORRESPONDING
COEFFICIENT OF THE MACROSCOPIC BODY**

N.Z. Grigoryan

The thermal flow dispersion coefficient, TFDC and the probability of its shift depending on the TFDC value of the macroscopic body is introduced. The mentioned introduction is implemented by means of introducing a dispersion density. Six feasible cases of TFDC have been considered and for each of them, the mentioned images have been used. For the sixth case the obtained introduction of TFDC the possibility integral has been applied.

Keywords: possibility integral, dispersion density, thermal flow dispersion coefficient, micro particle, nano particle, limit shift.