УДК 621.319

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ДВУХУЗЛОВОЙ СЕТИ

В.С. Сафарян[1], Л.В. Сафарян[2]

[1]*ЗАО "Научно-исследовательский институт энергетики"*
[2]*ЗАО "Расчетный центр"*

Расчет установившихся режимов электрической сети при задании активной исходной информации в виде зависимых источников тока или напряжения сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений, которое возможно лишь итерационными методами. При этом необходимо также исследовать вопросы существования, единственности решения в заданной области искомых и сходимости выбранного итерационного метода. Аналитическое (точное) решение системы уравнений установившегося режима возможно лишь для двухузловой электрической сети, содержащей также поперечные ветви. Для двухузловой сети математическая модель установившегося режима представляется биквадратным уравнением.

В работе приведены условия существования и определены все решения уравнений установившегося режима двухузловой сети. Анализировано влияние исходных параметров на условие существования установившегося режима. Получены предельные значения параметров, а также пропускная способность линий электропередачи.

Исследования выполнены при задании узловой исходной информации в виде P, Q (активной, реактивной мощности) и P, |U| (активной мощности и модуля напряжения). При учете поперечной проводимости двухузловой сети математическая модель установившегося режима несколько видоизменяется, однако ход рассуждений остается прежним. При задании узловой исходной информации в виде активной мощности и модуля напряжения математическая модель установившегося режима двухузловой сети выражается квадратным уравнением. В этом случае условие существования установившегося режима не зависит от реактивного сопротивления двухузловой сети.

Поскольку линия электропередачи с сосредоточенными параметрами моделируется двухузловой сетью с поперечными элементами, то разработанная математическая модель установившегося режима может служить для исследования пропускной способности и предельных режимов линий электропередачи.

Ключевые слова: двухузловая сеть, установившийся режим, биквадратное уравнение, условие существования, единственность решения, поперечная проводимость.

Введение. Расчеты установившихся режимов (УР) электрической сети (ЭС), имея большое самостоятельное значение, являются основой для решения ряда электротехнических задач: оптимальное управление УР, планирование развития сети, определение уставок релейной защиты и противоаварийной автоматики, исследование статической и динамической устойчивости, исследование переходных процессов и т.д. [1-3].

При традиционной форме задания исходной узловой информации из четырех компонентов (активная P и реактивная Q мощности, модуль U и аргумент α напряжения) два считаются заданными, а остальные - искомыми [3-5].

Известно, что расчет УР электрической сети при задании исходной узловой информации в виде активной и реактивной мощностей (P , Q) или активной мощности и модуля напряжения (P , $|U|$) сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений, которое возможно лишь итерационными методами [1-5].

При расчетах УР ЭС необходимо исследовать вопросы существования, единственности решения и сходимости выбранного итерационного метода [3-5]. В условиях современных быстродействующих вычислительных машин вопросы быстродействия и объем занимаемой памяти не актуальны и ранее препятствовали при расчетах УС ЭС.

Постановка задачи. В данной работе исследуется двухузловая электрическая сеть, режим которой определяется аналитическим путем, а также приведены условие существования режима и предельные режимные параметры.

Рассмотрим установившийся режим линии электропередачи (ЛЭП), представленный в виде двухузловой сети (рис.1) с фиксированным напряжением (U_0) в начале линии, с комплексным продольным сопротивлением $Z = r + jx$ и поперечной проводимостью $Y = g + jb$.

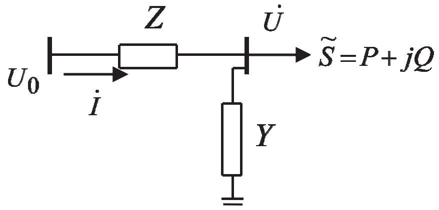

Рис.1. Схема замещения линии электропередачи с сосредоточенными параметрами

Считаем, что в конце линии приложена нагрузка с полной мощностью

$$\tilde{S} = P + jQ = P(1 + jk), \tag{1}$$

где $Q = Pk$.

Решение задачи. Покажем, что определение установившегося режима (напряжения $\dot{U}$ и тока $\dot{I}$) сводится к решению биквадратного уравнения.

Для случая $Y=0$ уравнение установившегося режима примет вид

$$\left(U_0 - \dot{U}\right)\overset{*}{U} = (P - jQ)(r + jx),$$

которое преобразуется к виду

$$\begin{cases} U_0 U \cos\alpha = U^2 + a, \\ U_0 U \sin\alpha = -b \end{cases} \tag{2}$$

или же

$$\begin{cases} (U_0 U)^2 = \left(U^2 + a\right)^2 + b^2, \\ tg\alpha = -\dfrac{b}{U^2 + a}, \end{cases} \tag{3}$$

где $a = \mathrm{Pr} + Qx,\ b = Px - Qr,\ \alpha$ - аргумент комплексного напряжения $\dot{U} = Ue^{j\alpha}$.

Из первого уравнения системы (3) определяем U^2 по формуле

$$U^2 = \left(\frac{U_0^2}{2} - a\right) \pm \sqrt{\left(\frac{U_0^2}{2} - a\right)^2 - a^2 - b^2}. \tag{4}$$

Необходимым условием существования режима является

$$D = \left(\frac{U_0^2}{2} - a\right)^2 - a^2 - b^2 \geq 0. \tag{5}$$

Можно показать, что из условия (5) следует

$$\frac{U_0^2}{2} - a \geq 0,$$

т.е. (5) является необходимым и достаточным условием существования режима.

При выполнении условия (5) уравнение (4) имеет два решения:

$$\begin{cases} U_+^2 = \dfrac{U_0^2}{2} - a + \sqrt{D}, \\ U_-^2 = \dfrac{U_0^2}{2} - a - \sqrt{D}, \end{cases} \tag{6}$$

где $U_+^2 > U_-^2$, и второй режим является экономически невыгодным ввиду больших потерь. Можно показать, что

$$\begin{cases} \Delta P_+ = gU_-^2, \\ \Delta P_- = gU_+^2, \end{cases} \tag{7}$$

где ΔP_+, ΔP_- - потери активной мощности в ЛЭП при решениях U_+^2, U_-^2 уравнения (4), $g = r/\left(r^2 + x^2\right)$.

Соответственно для аргумента напряжения имеем

$$\begin{cases} tg\alpha_+ = \dfrac{-b}{U_+^2 + a}, \\ tg\alpha_- = \dfrac{-b}{U_-^2 + a}. \end{cases} \tag{8}$$

Покажем, что $\Delta P_+ = gU_-^2$, т.е. необходимо показать, что

$$\left(\dot{U}_+ - U_0\right)\left(\overset{*}{U}_+ - U_0\right) = U_-^2$$

или же

$$U_+^2 + U_0^2 - U_-^2 = U_0\left(\dot{U}_+ + \overset{*}{U}_+\right).$$

Пользуясь (6), последнее соотношение перепишем в виде

$$U_0^2 + 2\sqrt{D} = 2U_0 U_+ \cos\alpha_+ .$$

Учитывая, что $\cos\alpha_+ = \dfrac{a_+ U_+^2}{U_0 U_+}$ (2), получим $U_+^2 = \dfrac{U_0^2}{2} - a + \sqrt{D}$ (6).

Исследуем поведение функции D (5) в зависимости от величины передаваемой активной мощности при различных значениях коэффициента мощности (для удобства вместо коэффициента мощности рассмотрен коэффициент отношения реактивной и активной мощностей, т.е. $k = \dfrac{Q}{P}$).

Представляя величины a и b в формах

$$\begin{cases} a = P(r + kx), \\ b = P(x - kr), \end{cases} \tag{9}$$

перепишем дискриминант в виде

$$D(P,k) = -(x-kr)^2 P^2 - (r+kx)U_0^2 P + U_0^4 / 4. \tag{10}$$

При фиксированном значении k дискриминант является квадратной функцией от P.

Рассмотрим частные случаи:

а) $b = 0,$ т.е. $k = \frac{x}{r},$ $\alpha_+ = \alpha_- = 0$ и

$$D(P) = -\frac{z^2}{r} U_0^2 P + \frac{U_0^4}{4}. \tag{11}$$

График функции $D(P)$ (11) представлен на рис.2а. Предел передаваемой активной мощности - $P_{\max} = \frac{U_0^2 \cdot r}{4z^2}$, а напряжение в конце линии - $U = U_0 / 2, \alpha = 0;$

б) $a = 0,$ т.е. $k = -\frac{r}{x}$ (реактивная мощность направлена противоположно активной мощности) и

$$D(P) = -\frac{z^4}{x^2} P^2 + \frac{U_0^4}{4}. \tag{12}$$

График функции $D(P)$ (12) представлен на рис.2б. Предел передаваемой активной мощности - $P_{\max} = \frac{U_0^2 \cdot x}{4z^2},$ а напряжение в конце линии - $U = U_0 / \sqrt{2}, \alpha = -\pi/4$.

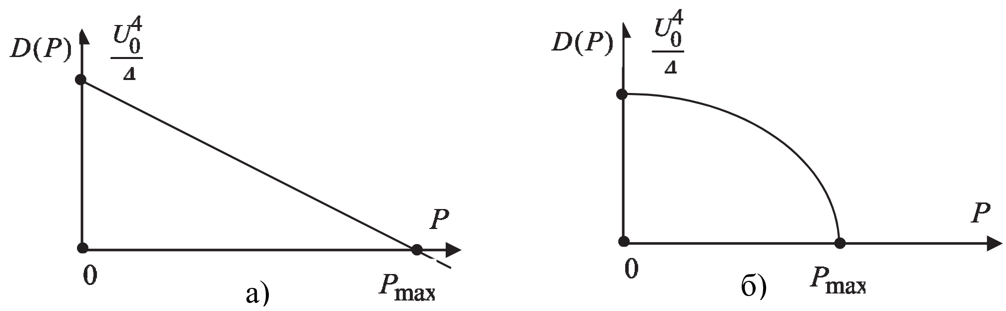

Рис.2. Графики функций $D(P)$ для случаев $b = 0$ (а) и $a = 0$ (б)

Рассмотрим общий случай, когда $a \cdot b \neq 0$.

Определим координаты вершины параболы (10):

$$\begin{cases} P_b = -\dfrac{(r+kx)U_0^2}{2(x-kr)^2}, \\ D(P_b) = \left[\dfrac{3}{4}\dfrac{(r+kx)^2}{(x-kr)^2} + \dfrac{1}{4}\right]U_0^4 > 0. \end{cases}$$

Квадратное уравнение $D(P)=0$ (10) всегда имеет два действительных корня различных знаков (рис.3).

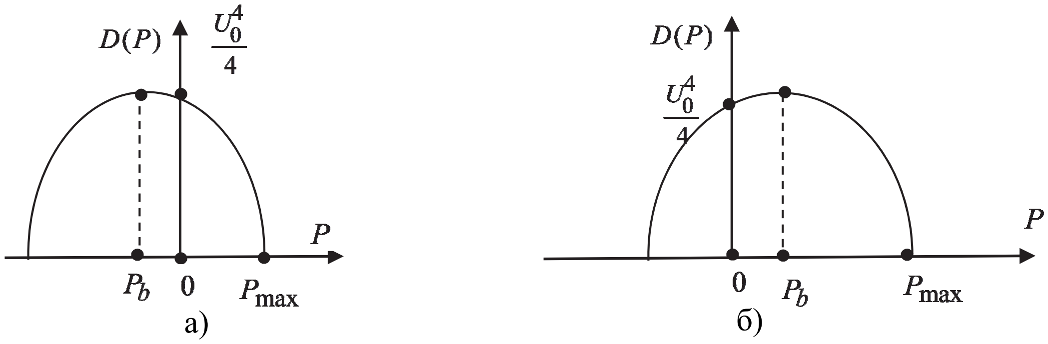

Рис.3. Графики функций $D(P)$ *(10) при* $a > 0$ *(а) и* $a < 0$ *(б)*

Положительный корень квадратного уравнения $D(P)=0$ (10) определяется из соотношения

$$P = \frac{-(r+kx) + z\sqrt{1+k^2}}{2(x-kr)^2}U_0^2 > 0$$

и представляет собой предел передаваемой активной мощности.

При учете поперечной проводимости (рис.1) уравнение (2) примет следующий вид:

$$\begin{cases} U_0 U\cos\alpha = (1 + c\cdot\cos\beta)U^2 + a, \\ -U_0 U\sin\alpha = c\cdot\sin\beta\cdot U^2 + b, \end{cases}$$

где $\dot{c} = Y_0 / Y = ce^{j\beta}$.

Дальнейший ход рассуждений ничем не отличается от вышеприведенного.

Рассмотрим случай, когда активная информация задана в виде P, $|U|$ (искомыми являются реактивная мощность (Q) и аргумент напряжения (α)).

Первое уравнение (3) перепишем в виде

$$a^2 + b^2 + 2U^2 a + U^4 - U_0^2 U^2 = 0$$

или же

$$x^2Q^2 + 2U^2xQ + P^2r^2 + U^4 - U_0^2U^2 + 2U^2P \cdot r = 0, \tag{13}$$

т.е. получаем квадратное уравнение относительно Q . Условие существования режима сводится к следующему:

$$D = 4x^2\left(U_0^2U^2 - 2U^2P \cdot r - P^2r^2\right) \geq 0. \tag{14}$$

Заметим, что условие существования (14) не зависит от реактивного сопротивления линии.

Выводы

1. Показано, что определение установившегося режима двухузловой электрической сети при задании узловой информации в виде активной и реактивной мощностей сводится к решению биквадратного уравнения, а при задании узловой информации в виде активной мощности и модуля напряжения - квадратного уравнения.
2. Получено необходимое и достаточное условие существования установившегося режима двухузловой сети, исследованы предельные случаи и получены максимальные значения пропускной способности линии электропередачи.

Литература

1. **Баринов В.А., Совалов С.А.** Режим энергосистем. Методы анализа и управления.- М.: Энергия, 1990.- 438с.
2. **Жуков Л.А., Стратан И.П**. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем.- М.: Энергия, 1979.- 415с.
3. **Идельчик В.И.** Расчеты установившихся режимов электрических систем.- М.: Энергия, 1979.- 192с.
4. **Сафарян В.С.** Расчет установившихся режимов электрических систем при нетрадиционной форме задания исходной информации// Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. Техн. науки.- 2001.-Т.54, N3.-С.366-371.
5. **Сафарян В.С.** Исследование существования решения уравнений установившегося режима электроэнергетической системы // Изв. ВУЗ-ов и энерг. объединений СНГ.- 2003.- N4.

Поступила в редакцию 05.04.2018.
Принята к опубликованию 05.06.2018.

ԵՐԿՀԱՆԳՈՒՅՑ ՑԱՆՑԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՌԵԺԻՄԻ ԱՆԱԼԻՏԻԿ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ

Վ.Ս. Սաֆարյան, Լ.Վ. Սաֆարյան

Էլեկտրական ցանցի կայունացված ռեժիմի հաշվարկը, երբ նախնական ակտիվ ինֆորմացիան տրված է հոսանքի կամ լարման կախյալ աղբյուրների տեսքով, հանգում է ոչ գծային հանրահաշվական հավասարումների համակարգի լուծմանը, ինչը հնարավոր է միայն իտերացիոն մեթոդներով: Այս դեպքում անհրաժեշտ է նաև հետազոտել լուծման գոյության և միակության հարցերը որոնելի մեծությունների տրված տիրույթում, ինչպես նաև ընտրված իտերացիոն մեթոդի զուգամիտությունը: Կայունացված ռեժիմի հավասարումների համակարգի անալիտիկ (ճշգրիտ) լուծումը հնարավոր է միայն երկհանգույց ցանցի դեպքում: Երկհանգույց ցանցի կայունացված ռեժիմի մաթեմատիկական մոդելը ներկայացվում է երկքառակուսային հավասարումով:

Աշխատանքում բերված են գոյության պայմանները, և որոշված են երկհանգույց ցանցի կայունացված ռեժիմի հավասարման բոլոր լուծումները անալիտիկ տեսքով: Հետազոտվել է ցանցի նախնական պարամետրերի ազդեցությունը կայունացված ռեժիմի գոյության պայմանի վրա: Ստացվել են պարամետրերի սահմանային արժեքները և էլեկտրահաղորդման գծի թողունակությունը:

Հետազոտությունները կատարվել են նախնական հանգուցային ինֆորմացիայի P, Q (ակտիվ և ռեակտիվ հզորություններ) և P, |U| (ակտիվ հզորություն և լարման մոդուլ) տեսքով տրման դեպքերում: Լայնական ճյուղի հաշվառման դեպքում երկհանգույց ցանցի կայունացված ռեժիմի մաթեմատիկական մոդելը ձևափոխվում է, սակայն լուծման գործընթացը մնում է անփոփոխ: Երկհանգույց ցանցի կայունացված ռեժիմի մաթեմատիկական մոդելը, երբ նախնական հանգուցային տվյալները տրված են ակտիվ հզորության և լարման մոդուլի տեսքով, արտահայտվում է քառակուսային հավասարումով: Այս դեպքում կայունացված ռեժիմի գոյության պայմանը կախված չէ երկհանգույց ցանցի ռեակտիվ դիմադրությունից:

Քանի որ բաշխված պարամետրերով էլեկտրահաղորդման գիծը մոդելավորվում է լայնական տարրեր պարունակող երկհանգույց ցանցով, ապա կայունացված ռեժիմի մաթեմատիկական մոդելը կարող է ծառայել էլեկտրահաղորդման գծի թողունակության և սահմանային ռեժիմների հետազոտման իրականացմանը:

Առանցքային բառեր. երկհանգույց ցանց, կայունացված ռեժիմ, երկքառակուսային հավասարում, գոյության պայման, լուծման միակություն, լայնական հաղորդականություն:

AN ANALYTICAL STUDY OF THE BINODAL GRID STEADY-STATE REGIME

V.S. Safaryan, L.V. Safaryan

The calculation of the power grid steady-state regime at specified active initial information in the form of dependent current or voltage sources results in solution of a system of nonlinear algebraic equations that is possible only by iterative methods. At this, the existence and uniqueness of the solution in the specified area of the required quantities and convergence of the iterative method selected should also be studied. The analytical (exact) solution of the equation system of the steady-state regimes is possible only for the binodal power grid having also transversal branches. The mathematical model of the steady-state regime for the binodal grid is given by a biquadratic equation.

The conditions for existence, as well as all the solutions of steady-state regime equations for binodal grid are defined. The influence of the initial data on the existence condition of the steady-state regime is analyzed. The limiting values of the parameters and transmission lines transfer capacity are obtained.

The study is conducted by specifying the nodal initial data in the forms of P, Q (active, reactive power) and P, |U| (active power and voltage module). The mathematical model of the steady-state regime is somewhat modified taking into account the transversal conductivity of the binodal grid, however the solution process remains unchanged. The mathematical model of the steady-state regime of binodal grid is expressed by the quadratic equation at the specified nodal initial information in the form of active power and voltage module. In this case the condition for existence of the steady-state regime does not depend on the reactance of the binodal grid.

Since the transmission line with the lumped parameters is simulated by the binodal grid with transversal elements, the developed mathematical model of the steady-state regime can serve for the study of the transfer capacity and limiting regimes of the transmission lines.

Keywords: binodal grid, steady-state regime, biquadrate equation, existence condition, uniqueness of the solution, transversal conductivity.