

## **ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАТЫЛОВАННЫХ ФРЕЗ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ MATHCAD**

**А.В. Мовсисян**

*Национальный политехнический университет Армении*

С помощью автоматизированной математической системы Mathcad исследуются некоторые важные характеристики затылованных фрез, такие как износ, стойкость, точность. Приведены данные, необходимые для автоматизированного построения графиков в среде Mathcad. Получены графики износа цельной затылованной червячной фрезы из быстрорежущей стали Р6М5 при нарезании различного количества зубчатых колес из стали 40Х. Разработан метод, который позволяет, используя корреляционные графики, определить стойкость данной фрезы с погрешностью около 20% при ограниченном числе нарезанных колес. Определено минимально необходимое число опытных данных.

**Ключевые слова:** автоматизированные системы, система Mathcad, характеристики инструмента, затылованные фрезы, минимальный объем выборки.

**Введение.** Некоторые из важных характеристик режущего инструмента, такие как износ, стойкость, точность, являются случайными величинами и поэтому оцениваются на основе теории вероятности с использованием методов математической статистики [1,2]. Автоматизированное использование этих методов при обработке результатов опыта и проведении экспериментов (в общем случае, при обработке данных с целью получения оценок) может осуществляться с использованием различных автоматизированных систем. Среди них достаточно распространены система Excel и специализированные системы Statistica, Stadia и др. [3]. Специальные средства для статистического анализа имеют также математические системы Matlab, Maple, Mathcad [4]. Среди них система Mathcad наиболее проста, достаточно универсальна и может использоваться как для оценки статистических характеристик инструмента, так и для инженерных расчетов и проведения исследований.

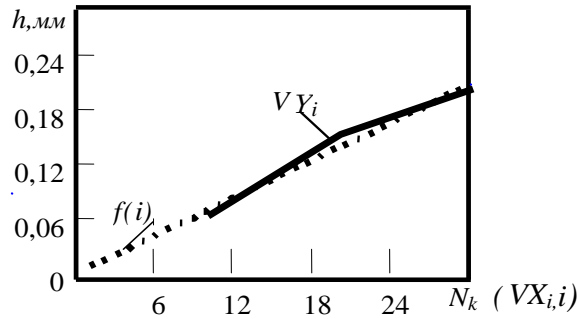
Ниже приведены примеры автоматизированной обработки опытных данных с использованием Mathcad для оценки некоторых характеристик затылованных фрез.

**Метод исследования.** На рис. 1 а, б приведены графические зависимости износа цельной затылованной червячной фрезы из быстрорежущей стали Р6М5 с модулем 3 мм при нарезании 30 (рис. 1 а) и 60 (рис. 1 б) зубчатых колес из стали 40Х твердостью 190...204 НВ с числом зубьев 45. Режимы резания:

скорость резания – 33,4 м/мин, попутная подача – 1,85 мм/об. Износ  $h$  (мм) измерялся по задней поверхности (уголкам) зубьев фрезы после нарезания каждых 6 колес ( $N_k=6, 12...30$ ) (рис. 1, а) и каждых 10 колес ( $N_k=10, 20...60$ ) (рис. 1, б).

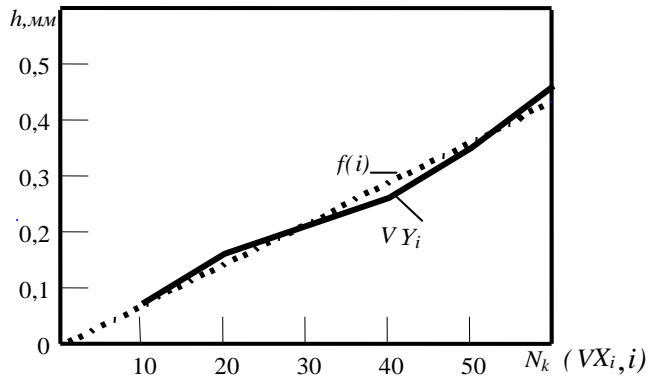
Кривые  $UY$  на рис. 1 а, б построены по отдельным точкам, кривые  $f(i)$  соответствуют уравнению корреляции  $f(x)=a+bx$  (численные значения  $a$  и  $b$  даны на рис. 1).

$ORIGIN:=1; a:=intercept(VX,VY); b:=slope(VX,VY);$   
 $i:=1...30; f(x):=a+bx; a=6,667 \times 10^{-3}; b=7 \times 10^{-3};$   
 $f(30)=0,217; corr(VX,VY)=0,987; f(5)=0,042$



а)

$ORIGIN:=1; a:=intercept(VX,VY); b:=slope(VX,VY);$   
 $i:=1...60; f(x):=a+bx; a=5,333 \times 10^{-3}; b=7,343 \times 10^{-3}; corr(VX,VY)=0,99; f(69)=0,501$



б)

Рис. 1. Графики износа червячной фрезы после обработки:  
а – 30; б – 60 зубчатых колес

На рис. 1 также представлены все данные, необходимые для автоматизированного построения графиков в Mathcad: *ORIGIN* - системная переменная, определяющая индекс первого элемента (в данном случае - 1) векторов  $VX$  и  $VY$ ; *intercept* - коэффициент линейного уравнения регрессии  $f(x) = a + bx$ , которое строится на основе метода наименьших квадратов [1] и отображается на графике штриховой кривой  $f(i)$ ; *slope* - значение углового коэффициента  $b$  в уравнении той же линии; *corr* - коэффициент корреляции, отражающий тесноту связи между величинами  $h$  и  $N_k$ , т.е. между элементами векторов  $VX$  и  $VY$ .

При критерии износа  $h = 0,5$  мм стойкость фрезы в соответствии с кривой  $VY$  на рис. 1 б составляет  $TN = 63$  колеса. Из уравнения корреляции графика на рис. 1 а рассчитываем число нарезанных колес, соответствующее допустимому износу фрезы  $h = 0,5$  мм. Оно составляет  $TN = 70$ . При этом погрешность расчета стойкости будет  $\Delta TN = 70 - 63 = 7$  (11% от фактической стойкости).

Аналогичные графические зависимости были построены для 40 и 50 нарезанных колес. По полученным в каждом случае корреляционным уравнениям были рассчитаны значения  $TN$ , равные соответственно 77 и 74. При этом погрешность  $\Delta TN$  составила 22% для  $N_k = 40$  и 17,4% для  $N_k = 50$ .

Из приведенных для червячной фрезы значений  $\Delta TN$  следует, что можно определить стойкость данной фрезы с погрешностью около 20% при ограниченном числе нарезанных колес, используя корреляционные графики. Очевидно также, что это допустимо только при известных общих характеристиках графиков износа (линейность или нелинейность, степень изменения коэффициентов в уравнениях корреляции) и их стабильной форме.

Актуальной задачей при проведении экспериментальных исследований и расчетов является также определение минимального необходимого числа опытных данных, т.е. минимального объема  $n$  выборки.

Для того чтобы переменная случайная величина  $Y$  из имеющейся выборки  $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$  характеризовалась ее средним арифметическим значением  $Y_{cp} = (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n) / n$  и при этом ошибка  $Y_{cp}$  с доверительной вероятностью  $P$  не превышала бы заданной величины  $\Delta Y$ , необходимо, чтобы выполнялось требование

$$P\{(Y_{cp} - \Delta Y_n) < Y_{cp} < (Y_{cp} + \Delta Y_n)\} = 1 - \alpha,$$

где  $\alpha$  - заданный уровень значимости;  $\Delta Y_{n(n)}$  - ошибка значения  $Y_{cp}$  справа (слева). При этом должно выдерживаться условие [1]

$$n \geq (t_k v / k)^2, \quad (1)$$

где  $t_k$  - критерий Стьюдента, выбираемый в зависимости от заданной величины  $P$  и числа переменных в выборке (значения  $t_k$  приводятся в зависимости от числа степеней свободы  $f = n - 1$  [1-3]);  $v = S(Y) / Y_{cp}$  - коэффициент вариации,

рассчитываемый как отношение среднеквадратического отклонения  $S(Y)$  величины  $Y$  к среднему значению  $Y_{cp}$ ;  $k = \Delta Y_{л}(n) / Y_{cp}$  – коэффициент допустимой ошибки.

В Mathcad значения  $t_k$  для симметричного расположения ошибки, т.е. когда  $\Delta Y_{л} = \Delta Y_{п}$ , рассчитываются автоматически как квантили порядка  $1 - \alpha/2$  с числом степеней свободы по формуле [3,4]

$$t_k = qt(p, f), \quad (2)$$

где  $p = 1 - \alpha/2$ .

Если приблизительно известны коэффициент вариации  $v$  и коэффициент допустимой ошибки  $k$ , то при заданном уровне  $\alpha$ , используя формулу (2), можно рассчитать минимальное значение  $n$ , удовлетворяющее условию (1). При  $k = 0,1 \dots 0,25$  и  $v = 0,15 \dots 0,4$  минимальное  $n$  составляет: при  $\alpha = 0,001$  и соответствующей доверительной вероятности  $P = 0,999 - n = 9 \dots 180$ ; при  $\alpha = 0,01$  и  $P = 0,99 - n = 6 \dots 110$ ; при  $\alpha = 0,05$  и  $P = 0,95 - n = 4 \dots 64$ ; при  $\alpha = 0,1$  и  $P = 0,9 - n = 3 \dots 46$ . Величина  $n$  возрастает с уменьшением коэффициента  $k$  и с увеличением коэффициента  $v$ .

**Результаты исследования.** Приведенные результаты расчетов носят формальный и приближенный характер. Тем не менее, минимальный объем  $n$  выборки при использовании статистических моделей, характеризующих те или иные свойства режущего инструмента, необходим. Для приближенного определения минимального  $n$  также могут быть использованы графики, построенные различными способами. Пример такого графика, полученного с использованием Mathcad и выражений (1) и (2), приведен на рис. 2.

$$K := \text{linfit}(AX_s, AY_s, F); \quad g(t) := F(t)K; \quad i := 0, \dots, 12; \quad r := 0,5; 1; \dots; 5.$$

$$F(X) := \begin{pmatrix} 1 + X \\ X^2 \\ \exp(X) \end{pmatrix}; \quad K = \begin{pmatrix} 2,45316 \\ 4,52609 \\ -0,1662 \end{pmatrix}$$

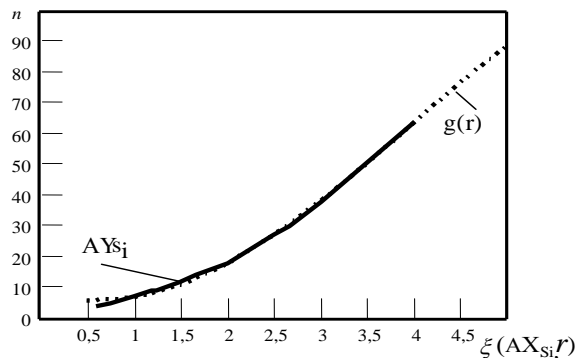


Рис. 2. Зависимости  $n = F(\xi)$

Кривая  $AY_{si}$  проведена через точки с координатами  $(\xi, n)$ , где  $\xi = v/k$ ;  $n$  – минимальный объем выборки при доверительной вероятности  $P = 0,95$ . Значения  $\xi$  и  $n$  задавались как элементы векторов  $AX_{si}$  и  $AY_{si}$ . Кривая  $g(r)$  построена как график корреляции величин  $\xi$  и  $n$  с использованием трех функций  $F(X)$ :  $1/X$ ,  $X^2$  и  $\exp(X)$ . Численные значения коэффициентов  $K$  в приведенных уравнениях корреляции указаны на рис. 2. Функция *linfit* и другие функции (см. рис. 2) являются промежуточными, их назначение в системе Mathcad описано в работе [4].

Кривые  $AY_{si}$  и  $g(r)$  при использовании предусмотренной в Mathcad трассировки позволяют достаточно просто и быстро определить минимально необходимое число  $n$  (например, при  $\xi = 1 - n = 7$ ; при  $\xi = 3,5 - n = 51$ ).

**Выводы.** Применение методов математической статистики совместно с Mathcad возможно для оценки характеристик инструмента, таких как износ или стойкость. Многие параметры, описанные в общей системе проектирования инструмента [5], могут рассчитываться как детерминированные, но в то же время зависят от случайных величин.

Например, погрешность формы кромки затылованных фрез, возникающая при их стачивании, может быть рассчитана как детерминированная величина [5], но она зависит от погрешностей геометрических параметров фрез при их стачивании, носящих случайный характер. Для расчета вероятностных значений таких погрешностей могут быть использованы математические модели имитационного типа [6] с элементами, описанными выше.

### Литература

1. **Кацев П.Г.** Статистические исследования режущего инструмента. – М.: Машиностроение, 1974. – 240 с.
2. **Большев А.Н., Смирнов Н.В.** Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1983. – 416 с.
3. **Минько А.А.** Статистический анализ в MS EXCEL. – М., СПб., Киев: Диалектика, 2004. – 438 с.
4. **Дьяконов В.П.** Mathcad 2000. – СПб.: Питер, 2000. – 586 с.
5. **Юликов М.И., Горбунов Б.И., Колесов Н.В.** Проектирование и производство режущего инструмента. – М.: Машиностроение, 1987. – 296 с.
6. **Прицкер А.** Введение в имитационное моделирование и язык СЛАМ. – М.: Мир, 1987. – 646 с.

*Поступила в редакцию 10.11.2015.  
Принята к опубликованию 15.12.2015.*

**ԾՈՐԱԿՎԱԾ ՖՐԵՉՆԵՐԻ ՈՐՈՇ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ  
MATHCAD ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄԻՋՈՑՈՎ**

**Ա.Վ. Մովսիսյան**

Mathcad ավտոմատացված մաթեմատիկական համակարգի միջոցով հետազոտվել են ծոծրակված ֆրեզների որոշ կարևոր բնութագրեր, ինչպիսիք են մաշումը, կայունությունը, ճշտությունը: Ներկայացված են Mathcad-ում գրաֆիկների ավտոմատացված կառուցման համար անհրաժեշտ բոլոր տվյալները: Ստացված են P6M5 արագահատ պողպատից պատրաստված ամբողջական ծոծրակված որդնակային ֆրեզի մաշման գրաֆիկները՝ 40X պողպատից պատրաստված տարբեր քանակներով ատամնանիվների մշակման դեպքում: Մշակված է մեթոդ, որը թույլ է տալիս որոշել տվյալ ֆրեզի կայունությունը 20% շեղմամբ՝ մշակված ատամնանիվների սահմանափակ քանակի պայմաններում, կիրառելով կոռելացված գրաֆիկներ: Որոշված է փորձնական տվյալների նվազագույն քանակը:

**Առանցքային բառեր.** ավտոմատացված համակարգեր, mathcad, գործիքի բնութագրեր, ծոծրակված ֆրեզներ, ընտրանքի նվազագույն քանակ:

**INVESTIGATING SOME CHARACTERISTICS OF RELIEF MILLING  
CUTTERS USING THE MATHCAD SYSTEM**

**A.V. Movsisyan**

Some important characteristics of the relief mills, such as wear, resistance, precision, using the automated mathematical system Mathcad are investigated. The data necessary for automated plotting of graphs in Mathcad are introduced. The graphs of wear of the whole hob high-speed steel R6M5 when cutting different quantities of the 40X steel gears are obtained. A method is developed, allowing to determine the resistance of the given mill with an error of about 20% at a limited number of the cut wheels, using correlation graphs. The minimum required number of experimental data is determined.

**Keywords.** automated systems, system Mathcad, the tool characteristics, relief mills, minimum volume of the sample.