

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОГО
СИНТЕЗА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МИКРОМАНИПУЛЯТОРА С УПРУГИМИ
ШАРНИРАМИ**

М.Г. Мкртчян

Национальный политехнический университет Армении

Решена задача динамического синтеза параллельного микроманипулятора с упругими шарнирами, реализован алгоритм решения смешанных систем дифференциальных и алгебраических уравнений движения микроманипулятора. Составлена динамическая модель параллельного микроманипулятора с упругими шарнирами, на базе которой решена задача его динамического синтеза. Используемые метод и алгоритм позволили значительно уменьшить количество искомых параметров и потребное время компьютерной реализации задачи оптимального проектирования микроманипулятора. Представлены результаты вычислений по разработанному алгоритму для синтеза трёхподвижного микроманипулятора с упругими шарнирами.

Ключевые слова: параллельный микроманипулятор, упругий шарнир, динамический синтез, численное моделирование.

Введение. Микроманипуляторы предназначены для осуществления прецизионных перемещений манипулируемых объектов. Они широко используются в системах, где основными критериями проектирования являются высокая точность позиционирования и быстродействие. Анализ научно-технической литературы показал, что одним из основных путей структурного синтеза прецизионных микроманипуляторов является применение в качестве их кинематических пар упругих шарниров, исключая зазоры в последних. В статье представлены результаты численного моделирования задачи аппроксимационного динамического синтеза трёхподвижного микроманипулятора (рис. 1), характеристики которого описаны в [1 - 3].

Методы исследования. В исследованиях был использован разработанный в лаборатории “Робототехника” Национального политехнического университета Армении (НПУА) [4-6] путём развития метода Галёркина [7] унифицированный метод решения задач динамического синтеза. Показано, что моделирование платформенных манипуляторов с упругими шарнирами осуществляется с помощью методов, основанных на методах Ньютона-Эйлера [8]. В алгоритме использован разработанный модифицированный метод Ньютона-Эйлера,

который позволяет уменьшить количество уравнений и сохранить в них параметры всех упругих шарниров.

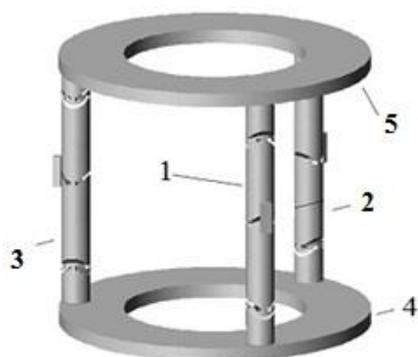


Рис. 1. Параллельный микроманипулятор с упругими шарнирами:
1, 2 и 3 – упругие кинематические цепи с актуаторами,
4 и 5 – платформы

Согласно указанному методу, платформа 5 микроманипулятора разбивается на три такие части, каждая из которых входит только в состав одной из полученных трех открытых кинематических цепей манипулятора (рис. 2).

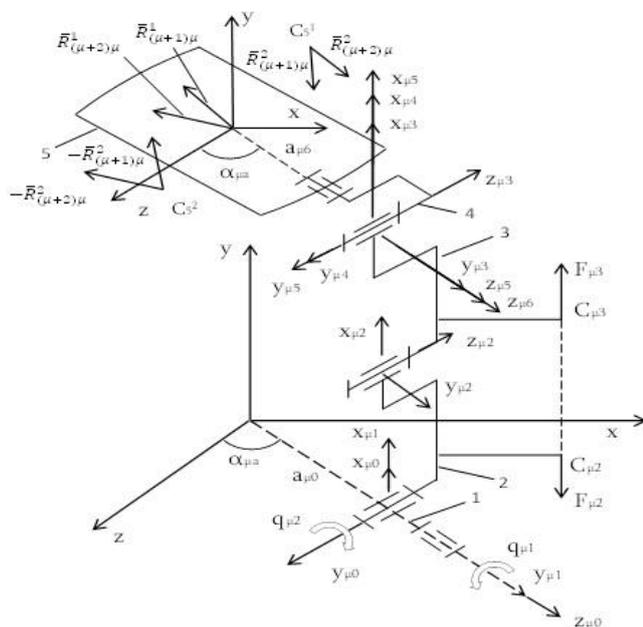


Рис. 2. Расчётная схема кинематической цепи подсистемы микроманипулятора

К каждой из этих частей прикладываются реакции устраненных связей, главные векторы и моменты которых, приведённые в начало O жёстко связанной с платформой 5 подвижной системы координат $oxyz$, обозначены соответственно через: $\bar{R}_{21}^1, \bar{R}_{31}^1, \bar{R}_{12}^1 = -\bar{R}_{21}^1; \bar{R}_{13}^1 = -\bar{R}_{31}^1; \bar{M}_{21}, \bar{M}_{31}, \bar{M}_{12} = -\bar{M}_{21}; \bar{M}_{13} = -\bar{M}_{31}$.

Для удобства в дальнейшем главные моменты представлены в виде пар сил: $(\bar{R}_{21}^2; -\bar{R}_{21}^2), (\bar{R}_{31}^2; -\bar{R}_{31}^2), (\bar{R}_{12}^2; -\bar{R}_{12}^2)$ и $(\bar{R}_{13}^2; -\bar{R}_{13}^2)$, приложенных в точках $C_5^1(x_5, y_5, z_5)$ и $C_5^2(-x_5, -y_5, -z_5)$ подвижной системы $oxyz$. Управление данным манипулятором осуществляется посредством двух равных по величине и противоположных по направлению сил $F_{\mu 3}$ ($\mu = 1, 2, 3$), приложенных в точках $C_{\mu 3}(x_{\mu 3}, y_{\mu 3}, z_{\mu 3})$ и $C_{\mu 2}(x_{\mu 2}, y_{\mu 2}, z_{\mu 2})$ звеньев 2 и 3 полученных кинематических цепей. С учётом сказанного для полученных цепей составляются дифференциальные уравнения Лагранжа второго рода. Для того чтобы эти уравнения смоделировали динамику микроманипулятора, к ним присоединяются уравнения, восстанавливающие устраненные кинематические связи, которые описывают воссоединение трёх частей платформы 5, с исключением их относительных движений, обеспечивая тем самым целостность платформы 5 при совместном функционировании трёх цепей (см. рис. 2), соединяющих платформу со стойкой. В итоге уравнения движения манипулятора сводятся к следующей системе дифференциальных и алгебраических уравнений:

$$\Phi_{\mu k} = (t, q, \dot{q}, \ddot{q}, F, R, P) = \sum_{j=1}^5 a_{\mu k}^j \ddot{q}_{\mu j} + C_{\mu k}(t, q, \dot{q}, F, R, P) = 0;$$

$$\mu = 1, 2, 3; K = 1, 2, 3, 4, 5;$$

$$f_{\mu j}(t, q, P) = 0; \quad \mu = 1, 2, 3; \quad j = 1, 2, 3, 4;$$

$$\varphi_{\mu j}(t, q, \dot{q}, P) = 0; \quad \mu = 1, 2, 3; \quad j = 1, 2, 3, 4;$$

$$\Psi_{\mu j}(t, q, \dot{q}, \ddot{q}, P) = 0; \quad \mu = 1, 2, 3; \quad j = 1, 2, 3, 4,$$

где q, \dot{q}, \ddot{q} – векторы обобщённых и лишних координат, скоростей и ускорений; $R = (R_1, R_2, \dots, R_{12})$ – вектор-функция сил реакций устраненных связей; $F = (F_{13}, F_{23}, F_{33})$ – вектор-функция движущих сил; P – вектор постоянных геометрических и инерционных параметров; $a_{\mu k}^j, C_{\mu k}, \Phi_{\mu k}, f_{\mu j}, \varphi_{\mu j}$ и $\Psi_{\mu j}$ – известные функции от указанных параметров.

Решение задачи динамического синтеза. Задача динамического синтеза микроманипулятора формулируется следующим образом: требуется найти такую функцию f_0^* семейства $\{f_0\}$, для которой расстояние от заданной функции $f(t)$ было бы минимальным, т.е. имело бы место соотношение

$$\rho = \|f_0^* - f(t)\| = \min_{\{f_0\}} \|f_0 - f(t)\|,$$

где $f_0(t, q, \dot{q}, \ddot{q}, F, R, P)$ и $f(t)$ – фактические и требуемые свойства манипулятора, причём f_0 формируется посредством решения уравнений движения.

Задача синтеза сводится к определению таких переменных вектор-функций $q^*(t)$, $\dot{q}^*(t)$, $\ddot{q}^*(t)$, $R^*(t)$, $F^*(t)$ и вектора P^* постоянных параметров, которые, удовлетворяя уравнениям движения микроманипулятора, минимизируют функционалы качества, т.е. удовлетворяют условиям

$$\int_0^{\tau} (f_0^* - f(t))^2 dt = \min_{\{f_0\}} \int_0^{\tau} (f_0 - f(t))^2 dt$$

или

$$\max_{t \in [0, \tau]} |f_0^* - f(t)| = \min_{\{f_0\}} \max_{t \in [0, \tau]} |f_0 - f(t)|.$$

Искомые переменные и постоянные параметры $q(t)$, $\dot{q}(t)$, $\ddot{q}(t)$, $R(t)$, $F(t)$ и P не могут принимать произвольных значений. Поэтому на области их изменения накладываются ограничения в виде неравенств

$$G_j(q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t), R(t), F(t), P) \leq 0; t \in [0, \tau]; j = 1, 2, \dots, m,$$

которые должны быть учтены при решении задачи оптимального проектирования.

Для компьютеризации вычислений поставленная задача дискретизирована. Значения компонентов искомых вектор-функций $q(t)$, $\dot{q}(t)$, $\ddot{q}(t)$, $R(t)$ и $F(t)$ рассматриваются в конечном числе точек t_r ($r=1, 2, \dots, N$) временного промежутка $[0; \tau]$. Имеем следующие соотношения:

$$\sum_{r=1}^N (f_{0r}^* - f(t_r))^2 = \min_{\{f_{0r}\}} \sum_{r=1}^N (f_{0r} - f(t_r))^2$$

или

$$\max_{r \in [1, N]} |f_{0r}^* - f(t_r)| = \min_{\{f_{0r}\}} \max_{r \in [1, N]} |f_{0r} - f(t_r)|.$$

При этом решение поставленной задачи сводится к определению дискретных значений компонентов вектор-функций $q(t)$, $\dot{q}(t)$, $\ddot{q}(t)$, $R(t)$, $F(t)$ и вектора постоянных параметров P . Все искомые переменные параметры разыскиваются в виде полиномов. На временном отрезке $[0; \tau]$ строится равномерно распределённая сетка: $t_r = \Delta t \cdot r$, $\Delta t = \frac{\tau}{N}$; $r = 0, 1, 2, \dots, N$, и во всех узловых точках t_r ($r = 0, 1, 2, \dots, n$) определяются дискретные значения $q_{\mu i}^r$, $\dot{q}_{\mu i}^r$, $\ddot{q}_{\mu i}^r$, R_j^r и $F_{\mu 3}^r$, ($r = 0, 1, 2, \dots, N$) искомых переменных параметров, выражая их через коэффициенты полиномов. Строится новая целевая функция динамического синтеза, которая имеет вид

$$\rho(P) = \sum_{r=0}^N (f_{0r}(P) - f(t_r))^2 + \sum_{\mu=1}^3 \sum_{j=1}^5 \sum_{r=0}^N \Phi_{\mu jr}^2(P) + \sum_{\mu=1}^3 \sum_{j=1}^4 \sum_{r=0}^N f_{\mu jr}^2(P) +$$

$$+ \sum_{\mu=1}^3 \sum_{j=1}^4 \sum_{r=0}^N \varphi_{\mu jr}^2(P) + \sum_{\mu=1}^3 \sum_{j=1}^4 \sum_{r=0}^N \psi_{\mu jr}^2(P).$$

Поставленная задача решена на основе разработанного в лаборатории “Робототехника” НПУА алгоритма:

1. В k -мерном пространстве искомых параметров выбирается произвольная начальная точка $P^0 = (P_1^0, P_2^0, \dots, P_K^0)$, вокруг которой строится гиперкуб со стороной 2δ .
2. С помощью датчика случайных чисел в построенном гиперкубе вырабатывается N_1 равномерно распределённых точек $P^v = (P_1^v, P_2^v, \dots, P_K^v)$ ($v = 1, 2, \dots, N_1$).
3. Для каждой точки P^v ($v \in [1; N_1]$) определяются значения $q_{\mu i}^r, \dot{q}_{\mu i}^r, \ddot{q}_{\mu i}^r, R_{\mu j l}^{kr}$ и $F_{\mu 3 l}^r$ искомых переменных параметров во всех узловых точках t_r . Проверяются ограничения, и из точек P^v выбираются те, для которых они выполняются.
4. Для допустимых точек P^v определяется значение $\rho(P^v)$ целевой функции и выбирается та точка P^{v*} , для которой $\rho(P^{v*}) = \min_{\{v\}} \rho(P^v)$.
5. Проверяется условие $\rho(P^{v*}) \leq \rho(P^0)$, где $\rho(P^0)$ - значение целевой функции в точке P^0 . Если оно выполняется, то точка P^0 заменяется точкой P^{v*} , и осуществляется переход к пункту 1 алгоритма. В противном случае, размеры построенного гиперкуба уменьшаются в два раза, и осуществляется переход к пункту 2 алгоритма. Вычислительный процесс прекращается, когда выполняется условие $\delta \leq \epsilon$, где ϵ - заданная точность вычислений.

Результаты численного моделирования. Проведено оптимальное проектирование микроманипулятора. Определены геометрические и инерционные параметры, обеспечивающие минимальные усилия актуаторов. При этом сумма $\sum_{r=0}^N (f_{0r}(P) - f(t_r))^2$ заменяется суммой $\sum_{r=0}^N (F_{132}^2 + F_{232}^2 + F_{332}^2)$. Для численного решения задачи приняты следующие начальные значения искомых параметров:

$$a_{\mu,2} = a_{\mu,3} = \frac{1}{40}; m_{\mu,2} = m_{\mu,3} = \frac{1}{100}; C_{\mu,3} = 27; C_{\mu,1} = C_{\mu,2} = C_{\mu,4} = C_{\mu,5} = 17.$$

В результате синтеза получены их новые значения ($\mu = 1, 2, 3$ - номер кинематической цепи).

$a_{\mu,2} = a_{\mu,3}$ – длины (м) звеньев, соединяющих одноподвижные упругие шарниры:

$$a_{1,2} = 0,00921458; \quad a_{2,2} = 0,0117839; \quad a_{3,2} = 0,0102525;$$

$$a_{1,3} = 0,0114508; \quad a_{2,3} = 0,00738327; \quad a_{3,3} = 0,0164013.$$

$m_{\mu,2} = m_{\mu,3}$ – массы (кг) звеньев, соединяющих одноподвижные упругие шарниры:

$$m_{1,2} = 0,00827391; \quad m_{2,2} = 0,00459516; \quad m_{3,2} = 0,00116615;$$

$$m_{1,3} = 0,00567057; \quad m_{2,3} = 0,00970745; \quad m_{3,3} = 0,000146287.$$

$C_{\mu,k}$ – жесткости (Нм) упругих шарниров:

$$C_{1,1} = 15,3970; \quad C_{1,2} = 16,1646; \quad C_{1,3} = 25,9671; \quad C_{1,4} = 15,0147; \quad C_{1,5} = 16,7801;$$

$$C_{2,1} = 16,8574; \quad C_{2,2} = 16,4782; \quad C_{2,3} = 26,0770; \quad C_{2,4} = 15,8021; \quad C_{2,5} = 16,9516;$$

$$C_{3,1} = 15,8528; \quad C_{3,2} = 16,610; \quad C_{3,3} = 26,7696; \quad C_{3,4} = 15,6685; \quad C_{3,5} = 16,9484.$$

На рис. 3 показаны графики изменения движущих сил до и после оптимизации.

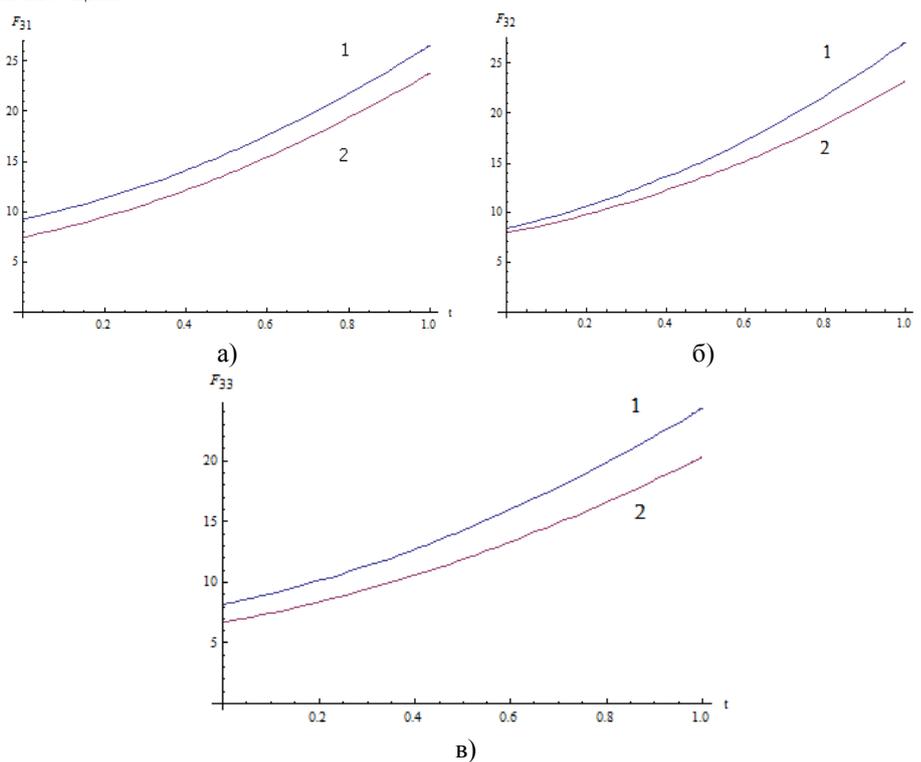


Рис. 3. Графики изменения $F_{\mu,k}$ сил, развиваемых актуаторами:

1 – до оптимизации, 2 – после оптимизации;

а – силы F_{31} , б – силы F_{32} , в – силы F_{33}

В результате оптимального динамического синтеза микроманипулятора минимизированы величины потребных движущих сил, развиваемых актуаторами для реализации заданных законов движения: достигнуто их уменьшение на 20%, что соответствует такому же уменьшению управляющего напряжения и энергопотребления.

Заключение. Численное решение задачи оптимального динамического синтеза трехподвижного параллельного микроманипулятора с упругими шарнирами позволило обеспечить выполнение заданного критерия качества его управления, а именно – осуществление необходимого движения при минимальных значениях движущих сил актуаторов.

Литература

1. ՀՀ գյուղի արտոնագիր AM 20130025: Հուլիսին միկրոմանիպուլյատոր / Մ. Հարությունյան, Մ. Մկրտչյան, Ս. Սարգսյան, Լ. Զարարյան: – Երևան, 2013:
2. Мкртчян М.Г., Верлинский С.В., Арутюнян М.Г. Исследование кинематических и жёсткостных характеристик параллельного манипулятора с упругими шарнирами // Сборник трудов XX Международной научно-технической конференции. – Севастополь, 2013. – С. 185-188.
3. Мкртчян М.Г., Степанян К.Г., Арутюнян М.Г., Саркисян Ю.Л. К динамическому моделированию параллельного манипулятора с упругими шарнирами // Сборник трудов XX Международной научно-технической конференции. – Севастополь, 2013. – С. 181-184.
4. Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование. – М.: Мир, 1983. – 479 с.
5. Степанян К.Г., Арзуманян К.С., Джзмачян А.Ю., Оганджян А.Ж. Динамический синтез манипуляционных роботов // Вестник Инженерной академии Армении. – 2004. – Т.1, №2. – С. 226-229.
6. Даниелян А.Л., Степанян К.Г., Арутюнян М.Г., Саркисян Ю.Л. Оптимальное управление с подвижными концами робототехнических устройств конечности человека // Вестник ГИУА (Политехник). Серия “Механика, машиноведение, машиностроение”. – Ереван, 2012. – Вып. 15, №1. – С. 34-41.
7. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближённые методы высшего анализа. – М.: Гос. изд-во физ-мат. лит-ры, 1962. – 708 с.
8. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Часть 2. – М.: Наука, 1966. – 332 с.

*Поступила в редакцию 05.05.2015.
Принята к опубликованию 26.05.2015.*

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՀՈՂԱԿԱՊԵՐՈՎ ԶՈՒԳԱՀԵՌ ՄԻԿՐՈՄԱՆԻՊՈՒԼՅԱՏՈՐԻ
ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՍԻՆԹԵԶԻ ԽՆԴՐԻ ԹՎԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ

Մ.Հ. Մկրտչյան

Իրականացված է առաձգական հողակապերով զուգահեռ միկրոմանիպուլյատորի դինամիկական մոդելավորման և դինամիկական սինթեզի խնդրի լուծումը: Մոտարկող ֆունկցիաները ձևավորվում են միկրոմանիպուլյատորի շարժման դիֆերենցիալ և հանրահաշվական հավասարումների խառը համակարգերի լուծումների միջոցով: Կազմված է առաձգական հողակապերով զուգահեռ միկրոմանիպուլյատորի դինամիկական մոդելը, որի միջոցով թվայնորեն լուծվել է նրա դինամիկական սինթեզի խնդիրը: Օգտագործված ալգորիթմը թույլ է տվել զգալիորեն կրճատել փնտրվող պարամետրների թիվը և օպտիմալ նախագծման հաշվարկի ժամանակը: Ներկայացված են հեղինակի կողմից առաջարկված եռաշարժուն միկրոմանիպուլյատորի դինամիկական սինթեզի թվային հաշվարկման արդյունքները:

Առանցքային բառեր. զուգահեռ միկրոմանիպուլյատոր, առաձգական հողակապ, դինամիկական սինթեզ, թվային մոդելավորում:

NUMERICAL MODELING OF THE DYNAMIC SYNTHESIS PROBLEM OF
PARALLEL MICROMANIPULATOR
WITH ELASTIC JOINTS

M.H. Mkrtchyan

The problem of dynamic synthesis of a parallel micromanipulator with elastic joints is solved, an algorithm for solving the mixed systems of differential and algebraic equations of the micromanipulator movement is implemented. A dynamic model of a parallel micromanipulator with elastic joints is formed on whose basis the problem of its dynamic synthesis is solved. The method and algorithm applied have allowed to significantly decrease the number of the sought parameters and the required time for the computer realization of the problem of the micromanipulator optimal design. The calculation results by the developed algorithm for the synthesis of a three-mobile micromanipulator with elastic joints are introduced.

Keywords: parallel micromanipulator, elastic joint, dynamic synthesis, numerical modeling.