

### МЕТОД ТРЕУГОЛЬНЫХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПЛОСКИХ ЗАДАЧ МОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

*Рассматривается метод конечных элементов треугольных форм для решения плоских задач моментной теории упругости. Используется первый вариант моментной теории упругости, при котором упругое поведение новой изотропной модели характеризуется четырьмя упругими константами. Показано, что остаточные члены выполнения уравнения равновесия и условия совместности конечного элемента определяют поворот и перемещения элемента как абсолютно твердого тела и на напряженное состояние элемента не действуют.*

**Ключевые слова:** конечные элементы, перемещения, квадратичное программирование, плоская задача, моментная теория упругости

В первом варианте моментной теории упругости упругое поведение изотропной среды характеризуется четырьмя упругими константами [1,2]:  $E$ ,  $\nu$ ,  $l$  и  $\eta$ , из которых  $E$  -модуль Юнга,  $\nu$  - коэффициент Пуассона,  $l$  и  $\eta$  - новые постоянные материала ( $l$  имеет размерность длины, а  $\eta$  - безразмерная постоянная типа коэффициента Пуассона).

Рассмотрим двумерную область, которая разделена на  $\bar{n}$  конечных элементов треугольной формы (рис. 1).

Обозначим через  $R^s = (R_{1,x}^s, R_{1,y}^s, R_{2,x}^s, R_{2,y}^s, R_{3,x}^s, R_{3,y}^s)^T$  - вектор узловых усилий,  $P^s = (P_{1,x}^s, P_{1,y}^s, P_{2,x}^s, P_{2,y}^s, P_{3,x}^s, P_{3,y}^s)^T$  - эквивалентный внешней нагрузке вектор узловых нагрузок,  $q^s = (u_1^s, v_1^s, u_2^s, v_2^s, u_3^s, v_3^s)^T$  - вектор узловых перемещений,  $h$  - толщину пластины. Здесь  $u_i, v_i, i \in \{1,2,3\}$  - перемещение  $i$ -го узла в направлении осей  $x$  и  $y$ .

Как следует из рис. 1, положение треугольного конечного элемента полностью определяется заданием шести компонентов узловых перемещений. Исходя из этого, закон изменения компонентов перемещений для произвольной точки конечного элемента представим в виде следующих связей:

$$u^s = \alpha_1 + \alpha_3 x^2 + \alpha_5 y^2; \quad v^s = \alpha_2 + \alpha_4 x^2 + \alpha_6 y^2, \quad (1)$$

где  $\alpha_i, i \in \{1,2,\dots,6\}$  - произвольные параметры.

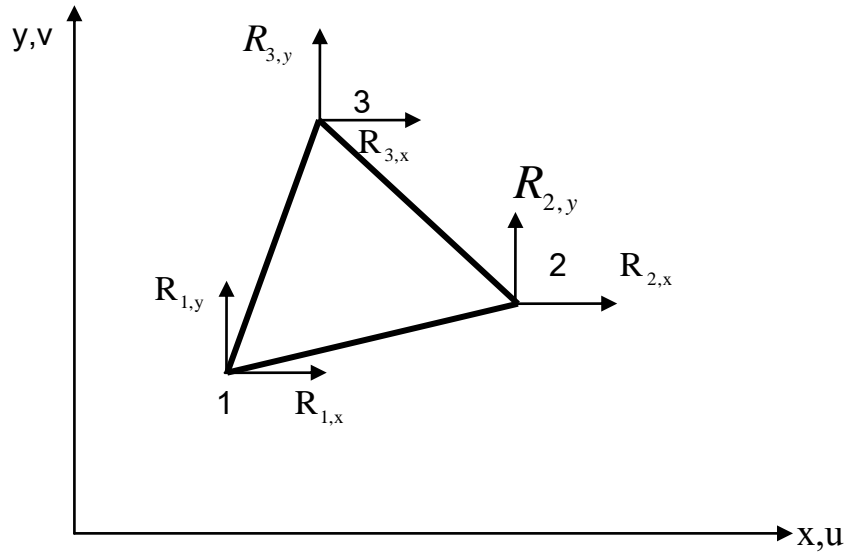


Рис. 1. Треугольный конечный элемент для решения плоской задачи теории упругости

Координаты узловых точек  $S$ -го треугольного конечного элемента обозначим через  $x_i, y_i, i \in \{1,2,3\}$ . Используя (1), находим значения перемещений в узловых точках элемента

$$\begin{cases} u_1^s = \alpha_1 + \alpha_3 x_1^2 + \alpha_5 y_1^2, \\ v_1^s = \alpha_2 + \alpha_4 x_1^2 + \alpha_6 y_1^2, \\ u_2^s = \alpha_1 + \alpha_3 x_2^2 + \alpha_5 y_2^2, \\ v_2^s = \alpha_2 + \alpha_4 x_2^2 + \alpha_6 y_2^2, \\ u_3^s = \alpha_1 + \alpha_3 x_3^2 + \alpha_5 y_3^2, \\ v_3^s = \alpha_2 + \alpha_4 x_3^2 + \alpha_6 y_3^2 \end{cases} \quad (2)$$

Решая систему уравнений (2), получаем выражения неизвестных параметров  $\alpha_i, i \in \{1,2,\dots,6\}$  через узловые перемещения. Подставляя их в выражения (1), получаем

$$\begin{cases} u^s = \frac{1}{F} \{ [l(x_2^2 y_3^2 - x_3^2 y_2^2) + (y_2^2 - y_3^2)x^2 + (x_3^2 - x_2^2)y^2] u_1^s + \\ + [l(x_3^2 y_1^2 - x_1^2 y_3^2) + (y_3^2 - y_1^2)x^2 + (x_1^2 - x_3^2)y^2] u_2^s + \\ + [l(x_1^2 y_2^2 - x_2^2 y_1^2) + (y_1^2 - y_2^2)x^2 + (x_2^2 - x_1^2)y^2] u_3^s \}, \\ v^s = \frac{1}{F} \{ [l(x_2^2 y_3^2 - x_3^2 y_2^2) + (y_2^2 - y_3^2)x^2 + (x_3^2 - x_2^2)y^2] v_1^s + \\ + [l(x_3^2 y_1^2 - x_1^2 y_3^2) + (y_3^2 - y_1^2)x^2 + (x_1^2 - x_3^2)y^2] v_2^s + \\ + [l(x_1^2 y_2^2 - x_2^2 y_1^2) + (y_1^2 - y_2^2)x^2 + (x_2^2 - x_1^2)y^2] v_3^s \}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $F = (x_1^2 - x_2^2)(y_1^2 - y_3^2) + (x_3^2 - x_1^2)(y_1^2 - y_2^2)$ .

Обозначим симметричную составляющую касательного напряжения через  $\tau_c = (\tau_{xy} + \tau_{yx})/2$ , а антисимметричную составляющую - через  $\tau_a = (\tau_{xy} - \tau_{yx})/2$ .

Плоская задача моментной теории упругости при отсутствии объемных сил и моментов сводится к интегрированию системы уравнений равновесия в напряжениях  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_c, \tau_a$  и моментных напряжениях  $\mu_x, \mu_y$  [1,2]

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_c}{\partial y} - \frac{\partial \tau_a}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_c}{\partial x} + \frac{\partial \tau_a}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \mu_x}{\partial x} + \frac{\partial \mu_y}{\partial y} + 2\tau_a = 0 \end{cases} \quad (4)$$

и условиях совместности

$$\begin{cases} \mu_x = 2l^2 \left\{ \frac{\partial \tau_c}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} [\sigma_x - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \right\}, \\ \mu_y = 2l^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] - \frac{\partial \tau_c}{\partial y} \right\}, \\ \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} - \nu \nabla^2 (\sigma_x + \sigma_y) = 2 \frac{\partial^2 \tau_c}{\partial x \partial y}, \\ \frac{\partial \mu_x}{\partial y} = \frac{\partial \mu_y}{\partial x} \end{cases} \quad (5)$$

при соответствующих граничных условиях.

В [1] для определения моментных напряжений  $\mu_x$  и  $\mu_y$  предлагается использовать следующие формулы:

$$\mu_x = \frac{2El^2}{1+\nu} \gamma_x, \quad \mu_y = \frac{2El^2}{1+\nu} \gamma_y, \quad (6)$$

где  $\gamma_x$  и  $\gamma_y$  – кривизны, при этом

$$\gamma_x = \frac{\partial \omega_z}{\partial x}, \quad \gamma_y = \frac{\partial \omega_z}{\partial y}, \quad \omega_z = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right). \quad (7)$$

Используя зависимости Коши

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (8)$$

и выражения кривизны (7), а также значения для перемещений (3), находим компоненты деформаций в матричной форме

$$\varepsilon^s = D^s q^s, \quad (9)$$

где  $\varepsilon^s = (\varepsilon_x^s, \varepsilon_y^s, \gamma_{xy}^s, \gamma_x^s, \gamma_y^s)^T$  – вектор узловых деформаций;  $D^s$  – матрица деформаций, для которой имеем:

$$D^s = \frac{1}{F} \begin{vmatrix} 2(y_2^2 - y_3^2)x & 0 & 2(y_3^2 - y_1^2)x & 0 & 2(y_1^2 - y_2^2)x & 0 \\ 0 & 2(x_3^2 - x_2^2)y & 0 & 2(x_1^2 - x_3^2)y & 0 & 2(x_2^2 - x_1^2)y \\ 2(x_3^2 - x_2^2)y & 2(y_2^2 - y_3^2)x & 2(x_1^2 - x_3^2)y & 2(y_3^2 - y_1^2)x & 2(x_2^2 - x_1^2)y & 2(y_1^2 - y_2^2)x \\ 0 & y_2^2 - y_3^2 & 0 & y_3^2 - y_1^2 & 0 & y_1^2 - y_2^2 \\ x_2^2 - x_3^2 & 0 & x_3^2 - x_1^2 & 0 & x_1^2 - x_2^2 & 0 \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Используя обобщенный закон Гука

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y), \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x), \quad \gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_c. \quad (11)$$

и зависимости (6), представим вектор напряжения  $\sigma^s = (\sigma_x^s, \sigma_y^s, \tau_c^s, \mu_x^s, \mu_y^s)^T$  через матрицу упругости  $\tilde{D}^s$

$$\sigma^s = \tilde{D}^s \varepsilon^s = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1-\nu)l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1-\nu)l^2 \end{pmatrix} \varepsilon^s. \quad (12)$$

Подставляя (9) в (12), для изотропного материала находим:

$$\sigma^s = \bar{E}^s q^s, \quad (13)$$

где

$$\bar{E}^s = \frac{E'}{F} \begin{pmatrix} 2(y_2^2 - y_3^2)x & 2\nu(x_3^2 - x_2^2)y & 2(y_3^2 - y_1^2)x & 2\nu(x_1^2 - x_3^2)y & 2(y_1^2 - y_2^2)x & 2\nu(x_2^2 - x_1^2)y \\ 2\nu(y_2^2 - y_3^2)x & 2(x_3^2 - x_2^2)y & 2\nu(y_3^2 - y_1^2)x & 2(x_1^2 - x_3^2)y & 2\nu(y_1^2 - y_2^2)x & 2(x_2^2 - x_1^2)y \\ \nu'(x_3^2 - x_2^2)y & \nu'(y_2^2 - y_3^2)x & \nu'(x_1^2 - x_3^2)y & \nu'(y_3^2 - y_1^2)x & \nu'(x_2^2 - x_1^2)y & \nu'(y_1^2 - y_2^2)x \\ 0 & 2l'(y_2^2 - y_3^2) & 0 & 2l'(y_3^2 - y_1^2) & 0 & 2l'(y_1^2 - y_2^2) \\ 2l'(x_2^2 - x_3^2) & 0 & 2l'(x_3^2 - x_1^2) & 0 & 2l'(x_1^2 - x_2^2) & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Здесь  $E' = E/(1-\nu^2)$ ,  $l' = (1-\nu)l^2$ ,  $\nu' = 1-\nu$ .

Рассмотрим треугольный конечный элемент (рис. 2).

Сопоставив рис. 1 и 2, легко заметить, что если во всех соотношениях, полученных на основе рис. 1, принять

$$x_1 = y_1 = 0, \quad x_2 = a, \quad y_2 = 0, \quad x_3 = 0, \quad y_3 = b, \quad (15)$$

то получим соответствующие значения для рис. 2.

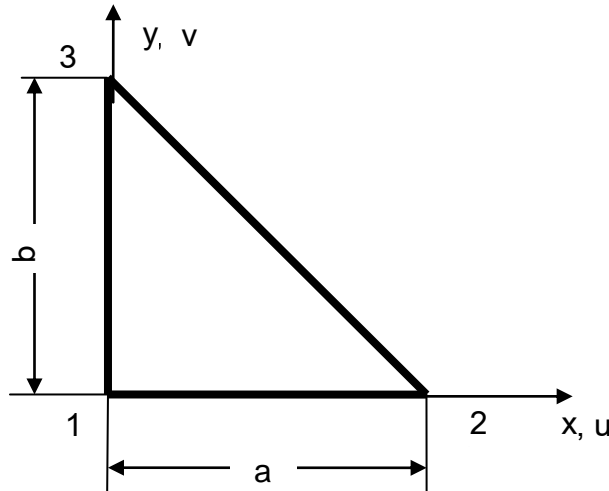


Рис. 2. Прямоугольный треугольный конечный элемент для решения плоской задачи моментной теории упругости

Исходя из выражения (3), с учетом (15) находим

$$\begin{cases} F = a^2 b^2, \\ u^s = (1 - \xi^2 - \eta^2) u_1^s + \xi^2 u_2^s + \eta^2 u_3^s, \\ v^s = (1 - \xi^2 - \eta^2) v_1^s + \xi^2 v_2^s + \eta^2 v_3^s, \end{cases} \quad (16)$$

$$\xi = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{b}.$$

Аналогично, исходя из (10) и (14), для матриц деформаций и напряжений получим

$$D^s = \frac{1}{ab} \begin{vmatrix} -2b\xi & 0 & 2b\xi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2a\eta & 0 & 0 & 0 & 2a\eta \\ -2a\eta & -2b\xi & 0 & 2b\xi & 2a\eta & 0 \\ 0 & -b/a & 0 & b/a & 0 & 0 \\ a/b & 0 & 0 & 0 & -a/b & 0 \end{vmatrix}, \quad (17)$$

$$\bar{E}^s = \frac{E}{(1-\nu^2)ab} \begin{vmatrix} -2b\xi & -2\nu a\eta & 2b\xi & 0 & 0 & 2\nu a\eta \\ -2\nu b\xi & -2a\eta & 2\nu b\xi & 0 & 0 & 2a\eta \\ -(1-\nu)a\eta & -(1-\nu)b\xi & 0 & (1-\nu)b\xi & (1-\nu)a\eta & 0 \\ 0 & -2(1-\nu)l^2 b/a & 0 & 2(1-\nu)l^2 b/a & 0 & 0 \\ 2(1-\nu)l^2 a/b & 0 & 0 & 0 & -2(1-\nu)l^2 a/b & 0 \end{vmatrix}. \quad (18)$$

Исходя из соотношений [3]

$$K = \int_v D^T \bar{E} dV,$$

для определения компонентов матрицы жесткости плоско-напряженного треугольного конечного элемента (рис. 2) получим следующую формулу:

$$K = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b (D^s)^T \bar{E}^s dx dy. \quad (19)$$

Исходя из значений матрицы деформаций  $D$  и матрицы напряжений  $\bar{E}$ , которые соответственно определяются формулами (17) и (18), из соотношений (16) для компонентов матрицы

жесткости  $k^s = \frac{E}{2(1-\nu^2)a^2 b^2} \|k^s_{ij}\|$  получим

$$k_{11}^s = \frac{4}{3} ab^3 + \frac{2}{3} (1-\nu) a^3 b + 2(1-\nu) l^2 a^3 / b,$$

$$k_{12}^s = k_{21}^s = \frac{1}{2} (1-\nu) a^2 b^2,$$

$$k_{13}^s = k_{31}^s = -k_{33}^s = -\frac{4}{3} ab^3,$$

$$k_{14}^s = k_{41}^s = k_{25}^s = k_{52}^s = -k_{45}^s = -k_{54}^s = -\frac{1}{2} (1-\nu) a^2 b^2,$$

$$k_{15}^s = k_{51}^s = -2(1-\nu) \left( \frac{a^3 b}{3} + l^2 a^3 / b \right),$$

$$k_{16}^s = k_{61}^s = k_{23}^s = k_{32}^s = -k_{36}^s = -k_{63}^s = -\nu a^2 b^2,$$

$$\begin{aligned}
k_{22}^s &= \frac{4}{3}a^3b + \frac{2}{3}(1-\nu)ab^3 + 2(1-\nu)l^2b^3/a, \\
k_{24}^s &= k_{42}^s = -\frac{2}{3}(1-\nu)ab^3 - 2(1-\nu)l^2b^3/a, \\
k_{26}^s &= k_{62}^s = -k_{66}^s = -\frac{4}{3}a^3b, \\
k_{34}^s &= k_{43}^s = k_{35}^s = k_{53}^s = k_{46}^s = k_{64}^s = k_{56}^s = k_{65}^s = 0, \\
k_{44}^s &= \frac{2}{3}(1-\nu)ab^3 + 2(1-\nu)l^2b^3/a, \\
k_{55}^s &= \frac{2}{3}(1-\nu)a^2b^2 + 2(1-\nu)l^2a^3/b.
\end{aligned}$$

Тогда для потенциальной энергии деформации  $S$ -го треугольного плоско-напряженного элемента получим формулу [3]

$$\bar{\Omega}^s = 0,5(q^s)^T k^s q^s. \quad (20)$$

В плоском напряженном состоянии каждый элемент единичной площади в плоскости  $xu$  испытывает воздействие распределенных массовых сил  $p_x$  и  $p_y$  в направлении, противоположном соответствующим осям. Работа этих сил для  $s$ -го конечного элемента определяется по формуле

$$\hat{\Omega}^s = \int_0^a \int_0^{\frac{b(a-x)}{a}} p_x u^s dy dx + \int_0^a \int_0^{\frac{b(a-x)}{a}} p_y v^s dy dx,$$

откуда с учетом формул (16) для треугольного конечного элемента (рис. 2) получим

$$\hat{\Omega}^s = (P_x^s)^T q^s + (P_y^s)^T q^s, \quad (21)$$

где

$$P_x^s = p_x \frac{a^2 b}{60} (8, 0, 1, 0, 1, 0)^T, \quad P_y^s = p_y \frac{a^2 b}{60} (0, 8, 0, 1, 0, 1)^T. \quad (22)$$

Принимая во внимание формулы (20) и (21), находим потенциальную энергию системы для  $S$ -го конечного элемента:

$$\Omega^s = \bar{\Omega}^s - \hat{\Omega}^s = 0,5(q^s)^T k^s q^s - (P_x^s)^T q^s - (P_y^s)^T q^s. \quad (23)$$

Исходя из принципа минимума потенциальной энергии системы, для определения искомым векторов  $q^s, s \in \{1, 2, \dots, \bar{n}\}$  получим следующую задачу квадратичного программирования:

$$\min \left\{ \sum_{s=1}^{\bar{n}} (0,5(q^s)^T k^s q^s - (P_x^s)^T q^s - (P_y^s)^T q^s) / \text{краевые условия} \right\}. \quad (24)$$

Подставляя выражения (16) в уравнения равновесия (4) и условия совместности (5), с учетом зависимости Коши (8) и обобщенного закона Гука (11) получаем, что уравнения (5) тождественно выполняются, а из связей (4), (5) получаем остаточные члены. При этом из уравнения равновесия (4) получается

$$\tau_a = 0. \quad (25)$$

Остаточный член (25) является антисимметричным составляющим касательного напряжения, который определяет поворот элемента как абсолютно твердого тела [2] и на напряженное состояние элемента не действует.

С учетом соотношений (25) и остаточных членов для уравнений (4) находим следующие условия выполнения уравнения равновесия (4)  $S$  – го конечного элемента

$$\begin{cases} [-2\frac{b}{a} - (1-\nu)\frac{a}{b}]u_1^s + 2\frac{b}{a}u_2^s + (1-\nu)\frac{a}{b}u_3^s = 0, \\ [-2\frac{a}{b} - (1-\nu)\frac{b}{a}]v_1^s + (1-\nu)\frac{b}{a}v_2^s + 2\frac{a}{b}v_3^s = 0. \end{cases} \quad (26)$$

С учетом соотношений (25) и остаточных членов для уравнений (5) находим следующие условия выполнения условия совместности (5)  $S$  – го конечного элемента

$$v_1^s - v_3^s = 0, \quad u_1^s - u_2^s = 0. \quad (27)$$

С учетом связей (27) из (26) имеем

$$u_1^s - u_3^s = 0. \quad (28)$$

С учетом связей (27) из (26) имеем

$$v_1^s - v_2^s = 0. \quad (29)$$

С учетом соотношений (27)–(29) находим следующие остаточные члены для выполнения уравнения равновесия (4), а также и условия совместности (5)  $S$  – го конечного элемента

$$u_1^s = u_2^s = u_3^s, \quad (30)$$

$$v_1^s = v_2^s = v_3^s. \quad (31)$$

Остаточные члены (30) и (31) определяют перемещения элемента как абсолютно твердого тела и на напряженное состояние элемента не действуют.

Таким образом, при выполнении уравнения равновесия и условий совместности  $S$  – го конечного элемента появляются остаточные члены (25), (30) и (31), которые определяют поворот и перемещения элемента как абсолютно твердого тела и на напряженное состояние элемента не действуют. Следовательно, их можно не учитывать.

Обозначим через  $n$  общее число узлов пластины,  $q = (u_1, v_1, \dots, u_n, v_n)^T$  – вектор узловых перемещений,  $P = (P_1^1, P_1^2, \dots, P_n^1, P_n^2)^T$  – вектор узловых нагрузок,  $K = \frac{E}{2(1-\nu^2)a^2b^2} \|K_{ij}\|$  – матрица жесткости для всей пластины. Тогда, взамен задачи (24), для определения компонентов искомого вектора  $q$  получим:

$$\min\{0,5q^T Kq - q^T P \mid \text{краевые условия}\}. \quad (32)$$

Принимая во внимание, что при формировании матрицы жесткости  $K$  учитываются кинематические краевые условия, решение задачи (32) с учетом кинематических краевых условий можно привести к решению следующих систем линейных уравнений:  $Kq = P$ .

Ն.Վ.Փիրումյան,  
Ա.Բ.Մարտիրոսյան,  
Գ.Ա.Գևորգյան

## ԵՌԱՆԿՑՈՒՆԱԶԵՎ ՎԵՐՋԱՎՈՐ ՏԱՐԲԵՐԻ ՄԵԹՈԴ ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՄՈՄԵՆՏԱՅԻՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԱՐԹ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՀԱՄԱՐ

Դիտարկվում է եռանկյունաձև վերջավոր տարրերի մեթոդ առաձգականության մոմենտային տեսության հարթ խնդիրների լուծման համար: Օգտագործվում է առաձգականության մոմենտային տեսության առաջին վարկածը, որում նոր իզոտրոպ մոդելի առաձգական վարքը բնութագրվում է չորս առաձգական հաստատուններով: Յույց է տրված, որ վերջավոր տարրի հավասակշռության հավասարումների և համատեղության պայմանների մնացորդային անդամները սահմանում են վերջավոր տարրի պտույտը և տեղափոխությունը որպես բացարձակ կոշտ մարմին և տարրի լարվածային վիճակի վրա չեն ազդում:

**Առանցքային բառեր.** վերջավոր տարրեր, տեղափոխություններ, քառակուսային ծրագրավորում, հարթ խնդիր, առաձգականության մոմենտային տեսություն

N.V.Pirumyan,  
A.B.Martirosyan,  
G.A.Gevorgyan

## THE METHOD OF TRIANGULAR FINITE ELEMENTS FOR THE SOLUTION OF PLANE PROBLEMS OF MOMENT THEORY OF ELASTICITY

*It is being considered the method of the finite element of triangular shapes to solve plane problems of moment theory of elasticity. It uses the first option of the moment theory of elasticity, wherein the elastic behavior of the new isotropic model is characterized by four elastic constants. It shows that the remaining members of the fulfillment of the balance equations and the compatibility conditions of the final element determine the rotation and the movement of the element as an absolutely hard substance and do not affect on the tense state of the element.*

**Keywords:** finite elements, the nodal movement, quadratic programming, plane problems, moment theory of elasticity

### Литература

1. Савин Г. Н. Основы плоской задачи моментной теории упругости: конспект лекций. – К.: Изд. Киевского гос.ун-та им.Т. Г. Шевченко, 1965. – 162 с.
2. Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий. – К.: Наукова думка, 1968. - 888 с.
3. Галлагер Р. Г. Метод конечных элементов. Основы. – М.: Мир, 1984. – 428 с.

Աշխատանքն իրականացված է ՀՀ պետական բյուջեից գիտական և գիտատեխնիկական գործունեության բազային ֆինանսավորմամբ «ՀՀ ճարտարապետական և շինարարական համալիրների կայուն զարգացման ուղիների բացահայտում, ճշգրտում, ներդրման առաջարկությունների և հանձնարարականների մշակում՝ մշտական մոնիտորինգի կիրառմամբ» ծրագրի շրջանակում:



**Փիրումյան Նարինե Վիլիկի, տ.գ.թ.** (ՀՀ, ք. Երևան) - ՃՇՀԱՀ, Գիտահետազոտական սեկտորի պահպանում և զարգացում ծրագրի ղեկավար, *ա.գ.ա.*, (+374)10580541, [science@ysuac.am](mailto:science@ysuac.am), **Մարտիրոսյան Արսեն Բորիսի, տ.գ.թ., ասիստենտ**, (ՀՀ, ք. Երևան) - ՃՇՀԱՀ, Նյութերի դիմադրության ամբիոն, (+374)94776619, [arsen.martirosyan@karmand.am](mailto:arsen.martirosyan@karmand.am), **Գևորգյան Գագիկ Արշալույսի, ֆ.ս.գ.դ., պրոֆ.**, (ՀՀ, ք. Երևան) - ՃՇՀԱՀ, ակ. Ալ. Թամանյանի անվ. ճարտարապետության և շինարարության պրոբլեմային լաբորատորիա, *ա.գ.ա.*, Ինֆորմատիկայի, հաշվողական տեխնիկայի և կառավարման համակարգերի ամբիոն, (+374)10540874, (+374)93229253, [gagikgevorgyan2006@yahoo.com](mailto:gagikgevorgyan2006@yahoo.com), **Пирумян Нарине Виликовна, к.т.н.** (РА, г.Ереван) - НУАСА, проблемная лаборатория Сохранения и развития научно-исследовательского сектора, рук. программы, с.н.с., (+374)10580541, [science@ysuac.am](mailto:science@ysuac.am), **Мартirosян Арсен Борисович, к.т.н.** (РА, г.Ереван) – НУАСА, кафедра Сопротивления материалов, ассистент, (+374)94776619, [arsen.martirosyan&karmand.am](mailto:arsen.martirosyan&karmand.am), **Геворгян Гагик Аршалуйсович, д.ф.-м.н., проф.** (РА, г.Ереван) – НУАСА, проблемная лаборатория Архитектуры и строительства им. ак. Ал. Таманяна, с.н.с, кафедра Информатики, вычислительной техники и систем управления, (+374)10540874, (+374)93229253, [gagikgevorgyan2006@yahoo.com](mailto:gagikgevorgyan2006@yahoo.com).  
**Pirumyan Narine Vilik, doctor of engineering** (RA, Yerevan) - NUACA, Problem laboratory of preservation and development of scientific research sector, programme supervisor, senior scientific researcher, (+374)10580541, [science@ysuac.am](mailto:science@ysuac.am), **Martirosyan Arsen Boris, doctor of engineering, assistant**, (RA, Yerevan) - NUACA, Chair of strength of materials, (+374)94776619, [arsen.martirosyan&karmand.am](mailto:arsen.martirosyan&karmand.am), **Gevorgyan Gagik Arshaluys, doctor of sciences (engineering), prof.** (RA, Yerevan) – NUACA, Research Laboratory of Architecture and Building by Academician Al. Tamanyan, senior researcher, chair of Informatics, Computer Engineering and Management Systems, (+374)10540874, (+374)93229253, [gagikgevorgyan2006@yahoo.com](mailto:gagikgevorgyan2006@yahoo.com).

Ներկայացվել է՝ 08.11.2016թ.  
 Ընդունվել է տպագրության՝ 15.11.2016թ.