

УДК 534.833.(26)

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ФИЗИКА

Г.А.Аветисян,  
Б.Ю. Гаспарян**РАСЧЕТ АКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ  
НА ОСНОВЕ ПРОФИЛИРОВАННОЙ ПЛЕНКИ**

*Предлагается расчет акустических характеристик гофрированной полимерной звукопоглощающих пленок. Получено аналитическое выражение импеданса квадратной пластины с различными граничными условиями.*

*Метод может быть использован в качестве основы инженерных расчетов и реализации проекта для различных гофрированных полимерных звукопоглощающих мембран.*

**Ключевые слова:** звукопоглощающие конструкции, полимерная пленка, импеданс

Акустика зданий занимается решением двух главных задач. Первая - защита от шума, вторая - акустическое благоустройство качественной речи и музыки. Звукопоглощающие конструкции препятствуют отражению и наложению шумового звука. Акустические, в частности звукопоглощающие материалы должны иметь открытую пористую структуру, способную поглощать звуковую энергию. Для усиления этого эффекта поверхность изделий дополнительно перфорируют или придают рельефный характер.

Разработка звукопоглощающих конструкций с минимальным расходом акустических материалов, приобретает особенно большее значение так, как в области низких частот обычные звукопоглощающие конструкции малоэффективны. Для снижения низкочастотного звука целесообразно применять резонансные поглотители, выполненные из профилированной полимерной пленки, настроенные на выборочное поглощение звуковой энергии в узкой частотной полосе [1-6]. Резонансный поглотитель представляет собой жесткий экран с полимерной пленкой. В качестве экрана могут быть использованы алюминиевые листы, древесноволокнистые плиты, а также другие материалы, обладающие достаточной жесткостью. Одна из причин, сдерживающих внедрение акустической облицовки из профилированной полимерной пленки, заключается в отсутствии простой и надежной методики расчета импеданса и коэффициентов звукопоглощения пленочных конструкций, на основе которой можно было бы как разрабатывать новые эффективные виды поглотителей, так и производить акустический расчет ожидаемого снижения шума в помещениях.

Для более точного решения теоретических задач строительной акустики нами был применен вариационный метод Ритца, сущность которого сводится к определению двойного интеграла типа:

$$I(u) = \iint_s F(x, y, u, u'_x, u'_y) dx dy, \quad (1)$$

где  $s$  – область интегрирования, имеющая границей контур  $\Gamma$ , на котором выполняются граничные условия  $U|_{\Gamma} = \varphi(S)$ .

Для решения поставленной задачи Ритц предложил задавать решение в параметрическом виде  $U_r = \Phi(x, y, a_1, a_2 \dots a_n)$  так, чтобы при всех значениях параметра  $a_i$  удовлетворялись граничные условия. Таким образом, поставленная задача сводится к нахождению параметров  $a_i$ , и  $\frac{\partial I}{\partial a_i} = 0$ .

При исследовании колебаний тонких пластинок функционалом  $I(u)$ , имеющим экстремальные свойства, является полная энергия системы  $\mathcal{E}$ , а функциями, определяемыми из условия экстремума энергии, - перемещение точек упругого тела  $u$ . Исходя из принципа возможных перемещений:

$$\mathcal{E} = U_p(u) - U_k(u) - U_B(u),$$

$$U_p = 0,5D \iint \left\{ \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + 2\sigma \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2(1-\sigma) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy, \quad (2)$$

где  $U_p, U_k, U_B$  - соответственно, потенциальная, кинетическая энергия системы и работа внешних сил. Если смещение задано в параметрической форме, то выражение  $\frac{\partial I}{\partial a_i}$  переписывается в виде

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial a_k} = 0; \quad U_k = 0,5\omega^2 M \iint U^2 dx dy; \quad U_{BH} = \iint p u dx dy. \quad (3)$$

Смещение для каждой колебательной моды  $(m, n)$  можно записать в виде  $U_{mn} = A_{mn} X_m(x) Y_n(y)$ , где  $A_{mn}$  - постоянные коэффициенты,  $X_m(x), Y_n(y)$  - функции, удовлетворяющие граничным условиям. Здесь и далее временной множитель опускается, поскольку рассматриваются гармонические колебания пластины  $X_m(x) = \sin \frac{\pi m x}{a}; Y_n(y) = \sin \frac{\pi n y}{a}$ .

Различаются три основных типа граничных условий:  $U|_r = \frac{\partial u}{\partial x}|_r = \frac{\partial u}{\partial y}|_r = 0$ . Жестко

закрепленная и свободная граница. В этом случае:

$$\left. \begin{aligned} X_m(0) = X_m(a) = Y_n(0) = Y_n(a) = 0 \\ X'_m(0) = X'_m(a) = Y'_n(0) = Y'_n(a) = 0 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} X''_m(0) = X''_m(a) = Y''_n(0) = Y''_n(a) = 0 \\ X'''_m(0) = X'''_m(a) = Y'''_n(0) = Y'''_n(a) = 0 \end{aligned} \right\}.$$

Шарнирно закрепленная граница :

$$U|_r = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}|_r = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}|_r = 0$$

$$\left. \begin{aligned} X_m(0) = X_m(a) = Y_n(0) = Y_n(a) = 0 \\ X''_m(0) = X''_m(a) = Y''_n(0) = Y''_n(a) = 0 \end{aligned} \right\} U|_r = \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}|_r = \frac{\partial^3 u}{\partial y^3}|_r = 0. \quad (4)$$

Очевидно, что функции  $U_{mn}(x, y) = A_{mn} \sin \frac{\pi m x}{a} \cos \frac{\pi n y}{a}$  удовлетворяют граничным условиям (4), более того, они являются собственными функциями задачи. Таким образом, в данном случае можно получить точное решение поставленной задачи. Нетрудно показать, что

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial A_{mn}} = 0,25 \left\{ D [\pi^2 a^{-1} (m^2 + n^2)]^2 - (\omega a)^2 M \right\} - \frac{P}{mn} \left( \frac{a}{\pi} \right)^2 = 0, \quad D = D_0 (1 + \eta),$$

где  $D$  - изгибная жесткость пластинки со стороной  $a$ ,

$$\eta - \text{коэффициент потерь, } A_{mn} = 16P \left\{ mn \left[ D \left( \frac{\pi^3}{a^2} \right)^2 (m^2 + n^2) - (\omega\pi)^2 M \right] \right\}$$

$$\bar{v} = \frac{j\omega}{a^2} \int_0^a \int_0^a A_{mn} \sin \frac{\pi mx}{a} \cos \frac{\pi ny}{a} dx dy = \frac{4jA_{mn}\omega}{\pi^2 mn}.$$

Отсюда сразу же следует, что при данных граничных условиях в квадратной пластинке могут возбуждаться лишь нечетные колебательные моды. Используя метод Ритца, с помощью уравнений (2), учитывая также, что при определении импеданса используют усредненную по поверхности пластинки колебательную скорость, непосредственно получим аналитическое выражение для импеданса колебательной моды  $(m, n)$ :

$$Z = \left( \frac{\pi^4}{8a^2} \right)^2 \left[ (m^2 + n^2) mn \right]^2 \left( \frac{D\eta}{\omega} \right) + j \left( \frac{\pi^2 mn}{8} \right)^2 \left[ \omega M - \left( \frac{\pi}{a} \right)^4 (m^2 + n^2)^2 \left( \frac{D}{\omega} \right) \right]. \quad (5)$$

Из этого выражения, приравнявая нулю мнимую часть, получим резонансную частоту

$$\omega_{mn} = (m^2 + n^2) \left( \frac{\pi}{a} \right)^2 \left( \frac{D}{M} \right)^{1/2}.$$

Перейдем к рассмотрению гораздо более сложного случая: определим импеданс квадратной пластинки с жестко закрепленной границей. Наиболее простое решение достигается использованием тригонометрических функций, удовлетворяющих граничным условиям (3). Очевидно, что функция  $U_{mn}(X, Y) = A_{mn} \sin \frac{\pi mx}{a} \cos \frac{\pi ny}{a}$  отвечает этим требованиям. Подставляя это выражение в формулы для энергии, получим:

$$U_p = 0,5DA_{mn}^2 [I_{mn}I_{2n} + I_{1n}I_{2m} + 2\sigma \cdot I_{3n}I_{3m} + 2(1-\sigma)I_{4n}I_{4m}];$$

$$U_k = 0,5(\omega A_{mn})^2 MI_{2n}I_{2m}; \quad U_B = PA_{mn}I_mI_n; \quad I_1 = \int_0^a (x'')^2 dx$$

$$I_2 = \int_0^a x^2 dx; \quad I_3 = \int_0^a x'' dx; \quad I_4 = \int_0^a (x')^2 dx; \quad I_5 = \int_0^a x^2 dx; \quad (6)$$

$$I_{1m} = \int_0^a (x_m'')^2 dx; \quad I_{2m} = \int_0^a (x_m'')^2 dx; \quad I_{3m} = \int_0^a x'' dx; \quad I_{5m} = \int_0^a x_m dx; \quad (7)$$

где  $\sigma$  - коэффициент Пуассона,  $M$  - масса единицы площади пластины,  $P$  - звуковое давление,  $\omega$  - циклическая частота.

$$U_p = \frac{D}{8} \left( \frac{\pi A_{mn}}{a} \right)^2 \left[ 2(m^4 + n^4) + (m^2 + n^2)^2 \right]; \quad U_k = \frac{9M}{128} (\omega a A_{mn})^2;$$

$$U_i = 0,25Pa^2 A_{mn}; \quad (8)$$

$a$  - линейный размер пластины.

Произведя интегрирование, получим для импеданса

$$Z_{mn} = \frac{4D\eta}{\omega} \left( \frac{\pi}{a} \right)^4 \left[ 2(m^4 + n^4) + (m^2 + n^2)^2 \right] + j \left\{ \frac{9\omega M}{4} - \frac{4D}{\omega} \left( \frac{\pi}{a} \right)^4 \left[ 2(m^4 + n^4) + (m^2 + n^2)^2 \right] \right\};$$

$$D = \frac{S^2}{B_{mn}} \left( \bar{C}_{mn} \omega_p^2 S - \frac{c}{l} \right); \quad \eta = \frac{Z_{mn}}{B_{mn}} \frac{\omega_p S^2}{D} = \frac{\omega_p R S^2}{B_{mn} D}. \quad (9)$$

Отсюда получим выражение для резонансной частоты пластинки с жестко закрепленными краями, которая имеет вид

$$\omega_{mn} = \left( \frac{\pi}{a} \right)^2 (m^2 + n^2) \left[ \frac{2(m^4 + n^4)}{(m^2 + n^2)^2} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \frac{4}{3} \left( \frac{D}{M} \right)^{\frac{1}{2}};$$

$$\omega_{11p} = 37,22/a^2 \left( \frac{D}{M} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad \omega_{11k} = 36,26/a^2 \left( \frac{D}{M} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

Нетрудно установить, что резонансная частота данной колебательной моды  $(m, n)$  пластинки с жестко закрепленной границей в  $\frac{4}{3} \left[ \frac{2(m^4 + n^4)}{(m^2 + n^2)^2} + 1 \right]^{\frac{1}{2}}$  раз выше резонансной частоты пластинки с шарнирно закрепленными краями.

Полученные аналитические выражения для импеданса пластинки (5) и (9) можно записать в общем виде и с учетом импеданса воздушного промежутка, который имеет реактивный характер:

$$Z_{mn} = \frac{B_{mn} D \eta}{\omega S^2} + j \left[ \omega_{mn} M C_{mn} - \frac{B_{mn} D}{\omega_{mn} S^2} - \rho c \cdot ctgkl \right], \quad (11)$$

где  $S$  - площадь пластинки, а  $B_{mn}$  и  $C_{mn}$  - постоянные коэффициенты, зависящие от формы пластины и от вида граничных условий.

При акустических расчетах принято выражать импеданс в долях  $\rho c$ . Вводя обозначения  $\bar{Z}_{mn} = Z_{mn} / \rho c$ ;  $\bar{B}_{mn} = B_{mn} / \rho c$  перепишем выражение (11) в виде:

$$Z_{mn} = \frac{\bar{B}_{mn} D \eta}{\omega_{mn} S^2} + j \left[ \omega_{mn} M \bar{C}_{mn} - \frac{B_{mn} D}{\omega S^2} - \rho \cdot ctgkl \right], \quad ctgkl = \frac{cl^{-1}}{\omega_{mn}}. \quad (12)$$

Формулу (9) можно упростить, учитывая, что во многих практически важных случаях, когда относ. невелик  $(kl \leq 0,3)$ ,  $ctgkl \approx (kl)^{-1}$ .

Импеданс круглой пластинки с жестко закрепленной кромкой равен:

$$\text{при } U_p = \pi D \int_0^R \left( \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right)^2 r dr, \quad U_k = \pi \omega^2 M \int_0^R U^2 r dr, \quad (13)$$

$$Z = \frac{D \eta}{\omega} \frac{205,6}{R^4} + j \left( 1,95 \omega M - \frac{205,6 D}{\omega R^4} \right); \quad \omega = \frac{10,33}{R^2} \left( \frac{D}{M} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

При небольших отношениях нетрудно получить аналитическое выражение для резонансной частоты пластины на основе профилированной полимерной пленки:

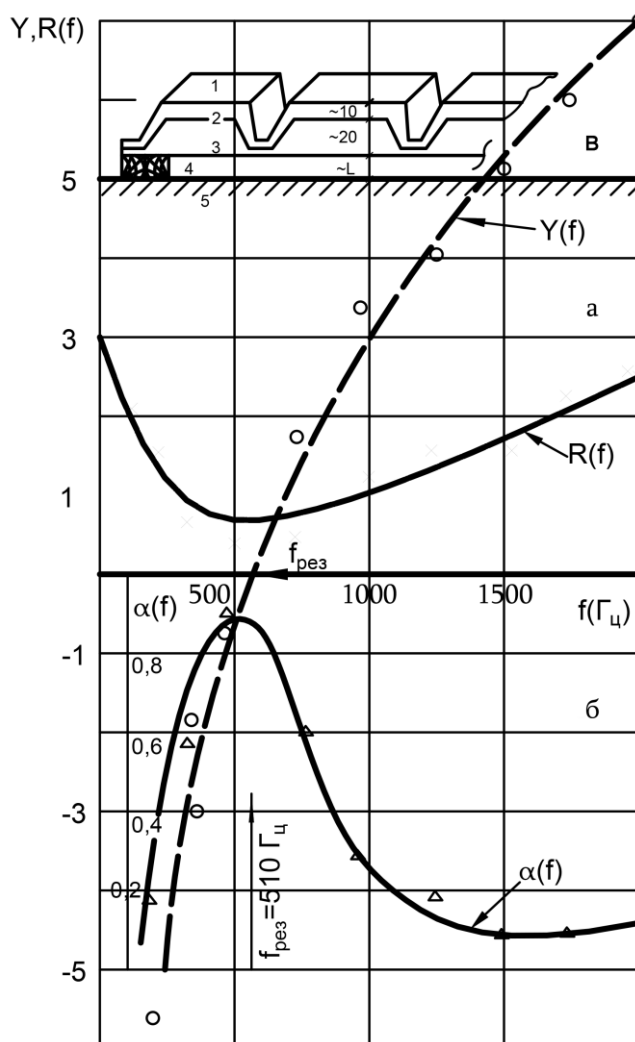
$$\omega_{mn}^{pez} = \frac{D}{MS^2} \frac{\bar{B}_{mn}}{C_{mn}} + \frac{c}{MlC_{mn}}; \quad \bar{C}_{mn} = (\pi^2 mn)^2 / 64; \quad (15)$$

$$\bar{B}_{mn} = \pi^8 [(mn)(m^2 + n^2)]^2 / 64 . \quad (16)$$

Введенные выше формулы могут быть положены в основу метода расчета акустических характеристик поглотителей и профилированной пленки – импеданса  $Z(f) = R(f) + jY(f)$  и коэффициента звукопоглощения  $\alpha(f)$ .

В качестве примера на рисунке показаны полученные расчетом по формулам (13) и (14) составляющие импеданса  $R(f), Y(f)$  и резонансная частота звукопоглощающей конструкции на основе профилированной поливинилхлоридной пленки толщиной  $4,2 \cdot 10^{-4}$  м, поверхностной массы  $5,35 \cdot 10^{-1}$  кг/м<sup>2</sup>, расположенной на отnose от жесткой стенки в 0,03 м.

Линиями показаны результаты расчета, точками – результаты эксперимента, выполненного на акустическом интерферометре. При этом получено удовлетворительное совпадение расчетных и измеренных резонансных частот пленочных звукопоглощающих конструкций.



**Рис. Импедансная (а) и частотная (б) характеристика звукопоглощающей конструкции (в) на основе профилированной поливинилхлоридной пленки: 1 и 2-штамповочная пленка высотой 10 и 20 см; 3-гладкое пленочное покрытие на расстоянии от жесткой стены, 4-деревянный брусok, 5- жесткая стена**

Выводы:

1. Результаты расчета акустических характеристик поглотителей и профилированной пленки – импеданса  $Z(f) = R(f) + jY(f)$  и коэффициента звукопоглощения  $\alpha(f)$  достаточно совпадают с результатами измерений на акустическом интерферометре.
2. С помощью полученных уравнений можно с высокой точностью подсчитать акустические характеристики звукопоглотителей – импеданс  $Z(f) = R(f) + jY(f)$  и коэффициент звукопоглощения  $\alpha(f)$ .
3. Введенные выше формулы могут быть положены в основу метода расчета акустических характеристик поглотителей и профилированной пленки – импеданса  $Z(f) = R(f) + jY(f)$  и коэффициента звукопоглощения  $\alpha(f)$ .

Հ.Ա. Ավետիսյան,  
Բ.Յու. Գասպարյան

#### ՊՐՈՖԻԼԱՎՈՐՎԱԾ ԹԱՂԱՆԹՈՎ ՉԱՅՆԱԿԼԱՆՈՂ ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՑԻԱՆԵՐԻ ԱԿՈՒՍՏԻԿ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿ

*Առաջարկված է պրոֆիլավորված պոլիմերային թաղանթով ձայնակլանող կոնստրուկցիաների հիմնական ակուստիկ բնութագրերի հաշվարկման տարրերակ: Ստացվել է քառակուսի թիթեղի տարրեր եզրային պայմաններում իմպեդանսի անալիտիկ արտահայտությունը:*

*Առաջարկված մեթոդը կարող է հիմք հանդիսանալ տարրեր պրոֆիլավորված պոլիմերային թաղանթներով ձայնակլանող կոնստրուկցիաների ճարտարագիտական հաշվարկների և նախագծերի կատարման համար:*

**Առանցքային բառեր.** *ձայնակլանող կոնստրուկցիա, պոլիմերային թաղանթ, իմպեդանս*

H.A. Avetisyan,  
B.Yu.Gasparyan

#### THE CALCULATION OF THE ACOUSTIC PARAMETERS OF SOUND ABSORBER STRUCTURES BY CORRUGATED MEMBRANE

*The calculation of the main acoustic parameters of sound absorber structures with corrugated polymer membrane has been proposed in the article. The analytical expression of impedance of the square plate with different boundary conditions is received.*

*The proposed method can be used in the sphere of engineer computing and design a variety of sound absorber structures with corrugated polymer membrane.*

**Keywords:** *sound absorber structures, corrugated polymer membrane, impedance*

## Литература

1. **Юдин Е.Я., Борисов Л.А. и др.** Борьба с шумом на производстве: Справочник для инженеров-проектировщиков, конструкторов и технологов/ Под общ. ред. Е. Я. Юдина. - М.: Машиностроение, 1985. - С. 113-116.
2. Снижение шума в зданиях и жилых районах/ Под ред. **Г.Л. Осипова.** - М.: Стройиздат, 2007. - С.141-143.
3. Handbook of Engineering Acoustics/ Ed. **Gerhard Müller, Michael Möser.** - Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. - P. 65-67.
4. **Lawrence E. Kinsler.** Wie Fundamentals of Acoustics. - 4th ed., Intern Ational Edition. - John Wiley & Sons, Limited, 2002. - P.59-62.
5. Fundamental of acoustics/ **Lawrence E. Kinsler, Austin R. Frey, Alan B.Coppens, James V. Sanders.** - 4th ed. - Wiley India Pvt. Limited, 2009. - P.165-168.
6. **Иванов Н.И.** Инженерная акустика. Теория и практика борьбы с шумом: Учебник. — М.: Университетская книга; Логос, 2008. - С. 242-244.

*Ավետիսյան Հրաչիկ Աղասու, ֆ.ս.գ.թ., դոց. (ՀՀ, ք. Երևան) - Վ.Սարգսյանի անվ. ռազմական ինստիտուտ, (+374) 91514080, Գասպարյան Բագրատ Յուրիի, տ.գ.թ., դոց. (ՀՀ, ք. Երևան) - Վ.Սարգսյանի անվ. ռազմական ինստիտուտ, (+374) 93831536, bagratgasparyan63@gmail.com:*

*Аветисян Грачик Агасиевич, канд.ф.м.н., доцент (РА, г.Ереван) – Военный институт им. В. Саргсяна, (+374) 91514080, Гаспарян Баграт Юрьевич, к.т.н, доцент (РА, г.Ереван) – Военный институт им. В. Саргсяна, (+374) 93831536, bagratgasparyan63@gmail.com:*

*Avetisyan Hrachik Agasy, doctor of Phys. & Math.(PhD), Associate Professor (RA, Yerevan) - Military Institute after Vazgen Sargsyan, (+374) 091514080, Gasparyan Bagrat Yuri, doctor of Engineering (PhD), Associate Professor (RA, Yerevan) - Military Institute after Vazgen Sargsyan, (+374) 093831536, bagratgasparyan63@gmail.com.*

*Ներկայացվել է՝ 14.10.2015թ.*

*Ընդունվել է տպագրության՝ 26.10.2015թ.*