

ՀՏԴ 539.3

ԿԱԶՄՈՎԻ ՕՂԱԿԱԶԵՎ ՍԱԼԻ ԶԵՐՄԱԱՌԱԶԳԱԿԱՆ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Մ. Զ. Պողոսյան, Ա. Լ. Գրիգորյան

Ճարտարապետության և շինարարության Հայաստանի ազգային համալսարան

Առանցքային բառեր. *օղակաձև կազմովի սալ, կայունություն, կրիտիկական ջերմաստիճան, առանցքահամաչափ:*

Դիտարկվում է հաստատուն հաստությամբ ազատ եզրերով համակենտրոն օղակաձև կազմովի սալի ջերմաառաձգական կայունության խնդիրը: Զերմաստիճանի կրիտիկական արժեքների գնահատման նպատակով կիրառվում է մոտավոր եղանակ, հիմնված կոշտ հատույթների վարկածի վրա: Ընդունվում է, որ կայունությունը կորցնելիս սալը պահպանում է առանցքահամաչափությունը՝ միջին մակերևույթը ստանալով հատած կոնի տեսք: Ուսումնասիրության արդյունքում առաջարկվում է կրիտիկական ջերմային դեֆորմացիաների որոշման հաշվարկային բանաձև: Կառուցված են գրաֆիկներ, որոնց օգնությամբ կարելի է որոշել առանձին մասերի երկրաչափական և ֆիզիկամեխանիկական պարամետրերը՝ առավել կայունություն ապահովելու նպատակով:

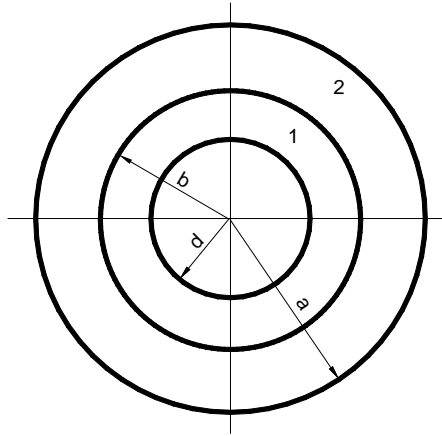
Պտտվող սկավառակները, օղակաձև կլոր սալերը, տափօղակներն ամենատարբեր կառուցվածքների և մեքենաների կարևորագույն տարրերն են, որոնց ամրությամբ, երկարակեցությամբ և նշանակությամբ որոշվում են կառուցվածքների ու դրանց հանգույցների բնորոշ պարամետրերը: Այս ուղղությամբ կատարված աշխատանքների մանրամասն վերլուծություն կատարված է [1]-ում, որտեղ նաև հեղինակի կողմից առաջարկված ինժեներական մեթոդի կիրառմամբ լուծված են մի շարք կիրառական խնդիրներ օղակաձև սալերի հարթ ձևի կայունության վերաբերյալ [2]:

Ներկա աշխատանքում դիտարկվում է հաստատուն *h* հաստությամբ կազմովի օղակաձև սալ բաղկացած երկու համակենտրոն օղակներից, որոնք միացված են *b* շառավիղ ունեցող ընդհանուր եզրագծով (նկ. 1): Արտաքին և ներքին եզրագծերն ազատ են ինչպես արտաքին ուժերից, այնպես էլ կինեմատիկական կապերից: Լարումներ և դեֆորմացիաներ, ինչպես նաև սալի հարթ ձևի կայունության կորուստ կարող են առաջանալ ջերմային ազդեցություններից: Այս խնդիրն առաջին անգամ դիտարկվել է [3]-ում՝ կիրառելով հետազոտության ճշգրիտ մեթոդներ: Հաղթահարելով մաթեմատիկական բոլոր դժվարությունները՝ հեղինակներին հաջողվել է ընդհանուր տեսքով ստանալ խնդրի լուծումը, որը յուրաքանչյուր մասնավոր դեպքի համար հեշտությամբ բերվում է համապատասխան տրանսցենդենտ հավասարման լուծման: Չնայած դրան, մեր կողմից խնդիր առաջացավ շարունակելու հետազոտությունը, կիրառելով կոշտ հատույթների վարկածը [2], ինժեներական հաշվարկների համար ավելի մատչելի բանաձևեր առաջարկելու նպատակով:

Կազմովի սալի առանձին մասերի համար առաձգականության մոդուլը, Պուասոնի և ջերմային ընդարձակման գործակիցները և ջերմաստիճանի հավասարաչափ փոփոխությունը նշանակենք համապատասխանաբար E_i , μ_i , α_i , T_i ($i = 1, 2$) (նկ. 1):

Առանցքահամաչափության հետևանքով հարթ լարվածային վիճակի ջերմաառաձգականության խնդիրը բերվում է $u_i(r)$ շառավղային տեղափոխության որոշմանը.

$$\frac{d^2 u_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_i}{dr} - \frac{1}{r^2} u_i = 0, \quad (i = 1, 2): \tag{1}$$



Նկ. 1. 1 և 2 օղակներից բաղկացած կազմովի սալ

Համապատասխան լարումները σ_{ri}^0 , $\sigma_{\theta i}^0$ կորոշվեն՝

$$\begin{aligned} \sigma_{ri}^0 &= \frac{E_i}{1-\mu_i^2} \left[\frac{du_i}{dr} + \mu_i \frac{u_i}{r} - (1+\mu_i)\alpha_i T_i \right], \\ \sigma_{\theta i}^0 &= \frac{E_i}{1-\mu_i^2} \left[\frac{u_i}{r} + \mu_i \frac{du_i}{dr} - (1+\mu_i)\alpha_i T_i \right]: \end{aligned} \quad (2)$$

Դիտարկվող խնդրի եզրային պայմանները կլինեն՝

$$\begin{aligned} \sigma_{r1}^0|_{r=c} &= 0, & \sigma_{r2}^0|_{r=a} &= 0, \\ u_1|_{r=b} &= u_2|_{r=b}, & u_{r1}^0|_{r=b} &= u_{r2}^0|_{r=b}: \end{aligned} \quad (3)$$

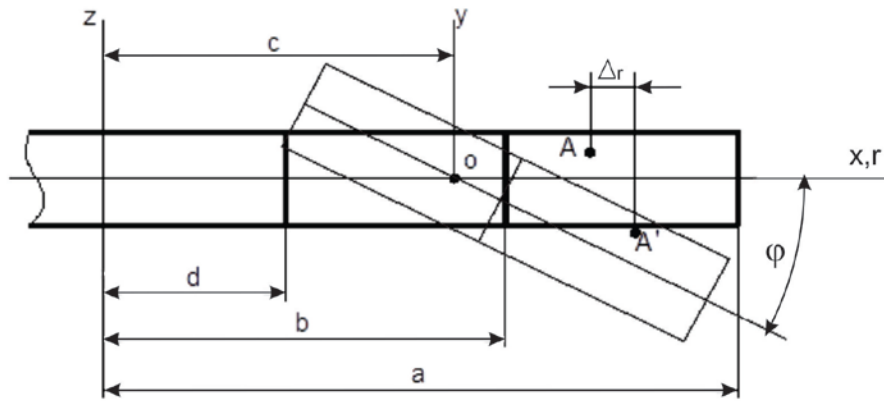
Համատեղ լուծելով (1), (2)-ը և բավարարելով եզրային (3) պայմանները, կունենանք՝

$$\begin{aligned} \sigma_{r1}^0 &= -\frac{E_1}{1+\mu_1} \gamma \cdot l^* D \left(\frac{1}{d^2} - \frac{1}{r^2} \right), & \sigma_{\theta 1}^0 &= -\frac{E_1}{1+\mu_1} \gamma \cdot l^* D \left(\frac{1}{d^2} + \frac{1}{r^2} \right), \\ \sigma_{r2}^0 &= \frac{E_2}{1+\mu_2} D \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{r^2} \right), & \sigma_{\theta 2}^0 &= \frac{E_2}{1+\mu_2} D \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

որտեղ $\gamma = \frac{G_2}{G_1}$, G_1 և G_2 -ը օղակի առանձին մասերի սահքի մոդուլներն են, իսկ

$$\begin{aligned} D &= \frac{b^2(\alpha_1 T_1 - \alpha_2 T_2)}{\Delta^*}, & \mu_i^* &= \frac{1-\mu_i}{1+\mu_i}, & (i=1,2), \\ l^* &= \frac{1-l_2^2}{l_1^2-1}, & l_1 &= \frac{b}{d} > 1, & l_2 &= \frac{b}{a} < 1, & \Delta^* &= 1+l_2^2\mu_2^* + \gamma \cdot l^*(1+l_1^2\mu_1^*): \end{aligned}$$

Այժմ, դիտարկվող խնդրի համար նույնպես ընդունելով կոշտ հատույթների վարկածը, պատկերենք առանցքային հատույթի պտտման σ կենտրոնը, որը ենթադրաբար գտնվում է կազմովի օղակաձև սալի (նկ. 1) առաջին մասում, առանցքից c հեռավորության վրա (նկ. 2):



Նկ. 2. Գազմովի օղակաձև սալի դեֆորմացիոն սխեման

Յուրաքանչյուր տեղամասի համար որոշելով շրջանային դեֆորմացիան, [2]-ում առաջարկված վարկածի կիրառմամբ կունենանք շրջանային լարումները, որոնք կորոշվեն հետևյալ բանաձևերով՝

$$\sigma_{\theta 1}^* = E_1 \frac{y\varphi - x\varphi^2 / 2}{c + x}, \quad d - c < x \leq b - c, \quad -\frac{h}{2} \leq y \leq \frac{h}{2} \quad (5)$$

$$\sigma_{\theta 2}^* = E_2 \frac{y\varphi - x\varphi^2 / 2}{c + x}, \quad b - c < x \leq a - c, \quad -\frac{h}{2} \leq y \leq \frac{h}{2},$$

որտեղ \$x, y\$ փոփոխականները \$A\$ կետի կոորդինատներն են (նկ. 2), ընդ որում հետագայում պետք է նկատի ունենալ՝ \$r = c + x\$:

Լրիվ լարումը, որն առաջանում է առանցքային հատույթի ընթացիկ կետում կայունությունը կորցնելուց հետո, կլինի

$$\sigma_{\theta i} = \sigma_{\theta i}^0 + \sigma_{\theta i}^*, \quad (i = 1, 2), \quad (6)$$

որտեղ \$\sigma_{\theta i}^0\$-ն որոշվում է (4)-ի համապատասխան բանաձևերով:

Կայունությունը կորցնելուց հետո օղակաձև կազմովի սալի միջին մակերևույթը կընդունի հատած կոնի տեսք: Դիտարկելով դրա կես մասի հավասարակշռությունը և նկատի ունենալով, որ այս դեպքում արտաքին ուժերի ստատիկական համարժեքները՝ \$R \equiv 0\$ և \$M \equiv 0\$, կստանանք՝

$$\sum \iint_{S_i} \sigma_{\theta i} ds_i = 0, \quad (7)$$

$$\sum \iint_{S_i} \sigma_{\theta i} [(r - c)\varphi - y] ds_i = 0, \quad (i = 1, 2) \quad (8)$$

որտեղ \$S_i\$ -ն օղակի հատույթի \$i\$-րդ մասի մակերեսն է:

Այնուհետև (6)-ը տեղադրելով (7)-ի մեջ և նկատի ունենալով, որ $\sum \iint_{S_i} \sigma_{\theta i}^0 ds_i \equiv 0$,

որը բխում է անմիջականորեն հարթ խնդրի լուծումից, կունենանք՝

$$\sum \iint_{S_i} \sigma_{\theta i}^* ds_i = \sum \iint_{S_i} E_i \frac{y\varphi - (r - c)\varphi^2 / 2}{r} dr dy = -\frac{h\varphi^2}{2} \left[E_1 \int_d^b \frac{r - c}{r} dr + E_2 \int_b^a \frac{r - c}{r} dr \right] = 0,$$

որտեղից կստանանք չեզոք շրջանագծի շառավղի որոշման հետևյալ բանաձևը՝

$$c = \frac{E_1(b-d) + E_2(a-b)}{E_1 \ln \frac{b}{d} + E_2 \ln \frac{a}{b}} : \tag{9}$$

Այժմ $\sigma_{\theta i}$ համատեղ լուծելով (6), (8) հավասարումները, կունենանք՝

$$\begin{aligned} & \varphi h \left[\int_d^b \sigma_{\theta 1}^0(r-c)dr + \int_b^a \sigma_{\theta 2}^0(r-c)dr \right] + E_1 \int_d^b \int_{\frac{d-h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{y\varphi - (r-c)\varphi^2/2}{r} [(r-c)\varphi - y] dr dy + \\ & + E_2 \int_b^a \int_{\frac{b-h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{y\varphi - (r-c)\varphi^2/2}{r} [(r-c)\varphi - y] dr dy = 0 : \end{aligned}$$

Այնուհետև (4)-ից $\sigma_{\theta i}$ առնչությունները տեղադրելով այս վերջին հավասարման մեջ և կատարելով համապատասխան ինտեգրման գործողություններ, որոշակի ձևափոխություններից հետո (արհամարհելով $\varphi^3 - \varrho$) կստանանք ջերմային դեֆորմացիաների կրիտիկական արժեքների որոշման հետևյալ բանաձևը՝

$$12 \frac{a^2}{h^2} (\alpha_1 T_1 - \alpha_2 T_2)_{\text{կր}} = \frac{\Delta^*}{l_2^2} \cdot \frac{\ln\left(\frac{l_2}{k}\right) + \frac{E_2}{E_1} \ln \frac{1}{l_2^2}}{\psi_T(l_2)} , \quad (k \leq l_2 \leq 1), \tag{10}$$

որտեղ կատարված են հետևյալ նշանակումները՝

$$k = \frac{d}{a} = \frac{l_2}{l_1} , \quad \Delta^* = 1 + l_2^2 \cdot \frac{1 - \mu_2}{1 + \mu_2} + \frac{E_2(1 + \mu_1)}{E_1(1 + \mu_2)} \cdot \frac{1 - l_2^2}{\frac{l_2^2}{k^2} - 1} \left[1 + \frac{l_2^2}{k^2} \cdot \frac{1 - \mu_1}{1 + \mu_1} \right] ,$$

$$\psi_T(l_2) = \frac{E_2}{E_1(1 + \mu_1)} \left\{ \left(\frac{1}{l_2^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{c}{a} \right) + \ln \frac{1}{l_2} \right\} - \frac{E_2(1 + \mu_1)}{E_1(1 + \mu_2)^2} \cdot \frac{1 - l_2^2}{\frac{l_2^2}{k^2} - 1} \left\{ \left(\frac{l_2^2}{k^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{c}{al_2} \right) + \ln \frac{l_2}{k} \right\} ,$$

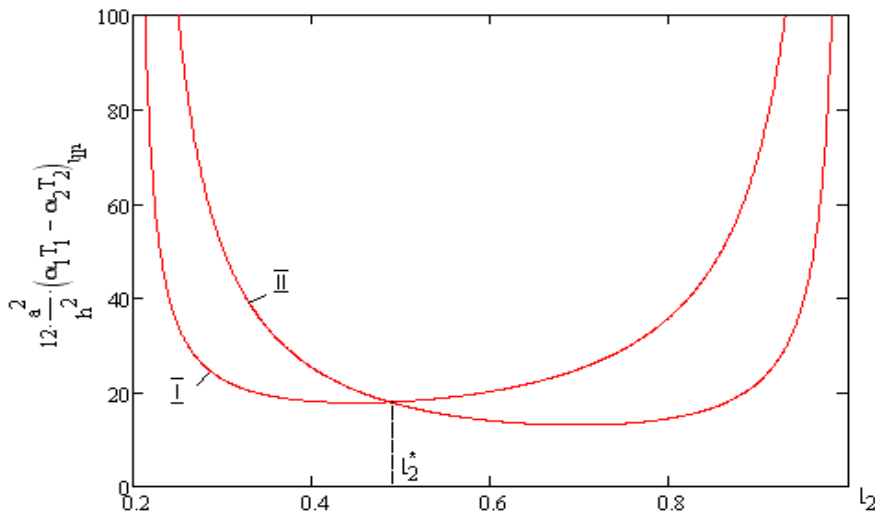
$$\frac{c}{a} = \frac{(l_2 - k) + \frac{E_2}{E_1}(1 - l_2)}{\ln \frac{l_2}{k} + \frac{E_2}{E_1} \ln \frac{1}{l_2}} :$$

Նկ. 3-ում պատկերված են ջերմային դեֆորմացիաներով պայմանավորված և (10) բանաձևով ներկայացված առնչության կրիտիկական արժեքների գրաֆիկները հաստատունների թվային հետևյալ արժեքների դեպքում. $E_2/E_1 = 0,5$ և 2 , $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$, $k = 0,2$:

Գրաֆիկների վրա I-կորը համապատասխանում է $E_2/E_1 = 0,5$, իսկ II-ը՝ $E_2/E_1 = 2$ արժեքներին: Պատկերված գրաֆիկներից պարզ երևում է, որ l_2 պարամետրերի սահմանային արժեքների դեպքում ($l_2 = k$ և $l_2 = 1$) սկզվառակի հարթ ձևը կայուն է: I և II կորերի հատման կետը բնորոշ է նրանով, որ դրան համապատասխանող l_2^* պարամետրի դեպքում (10) բանաձևով ներկայացված առնչության կրիտիկական արժեքը կախված չէ նկ.1- ում պատկերված կազմովի սալի օղակների նյութերի ընտրության հերթականությունից:

Նկատենք նաև, որ ուսումնասիրվող սալի կայունության կորուստ հնարավոր է միայն $(\alpha_1 T_1 - \alpha_2 T_2) > 0$ պայմանի դեպքում, որը բխում է (10) բանաձևից և կառուցված գրաֆիկներից: Մասնավորապես, երբ սալը

գտնվում է համասեռ ջերմային դաշտում՝ $T_1 = T_2 = T$, իսկ $\frac{a}{h} = 50$ և $\alpha_1 - \alpha_2 = 6 \cdot 10^{-6} \text{ սստ}^{-1}$, ապա $k = 0,2$ դեպքում և $l_2 = 0,4$ արժեքին համապատասխան I և II կորերից կորոշվեն համապատասխանաբար $T_{կր}^{(I)} = 111^\circ$; $T_{կր}^{(II)} = 166^\circ$:



Նկ.3. Ջերմային դեֆորմացիաների կրիտիկական արժեքները

Ջերմաստիճանի ստացված կրիտիկական արժեքներից հետևում է, որ ուսումնասիրվող դեպքի համար նպատակահարմար է նկ.1-ում պատկերված սալի 2 մասը պատրաստված լինի ավելի կոշտ նյութից քան 1 մասը, այսինքն՝ $E_2 > E_1$:

Ընդհանուր առմամբ, կառուցված գրաֆիկներից հետևում է, որ եթե $l_2 < l_2^*$ (նկ.3), ապա սալի կայունությունը բարձրացնելու համար պետք է ապահովել $E_2 < E_1$ պայմանը:

УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕРМОУПРУГОСТИ СОСТАВНОЙ КОЛЬЦЕВОЙ ПЛАСТИНКИ

Մ.Յ.Սոգոսյան, Ա.Լ.Գրիգորյան

Национальный университет архитектуры и строительства Армении

Ключевые слова: составная кольцевая пластинка, устойчивость, критическая температура, асимметричность

Рассматриваются проблемы устойчивости термоупругости круглой составной пластинки с фиксированной толщиной и свободными краями. С целью оценки критических значений температуры применяется приближенный метод, основанный на гипотезе жестких сечений. Принято, что при потере устойчивости пластинка сохраняет асимметричность: срединная поверхность получает форму усеченного конуса. В результате исследования предлагается расчетная формула для определения критических значений тепловых деформаций. Построены графики, с помощью которых можно определить геометрические и физико-механические параметры отдельных частей с целью обеспечения максимальной устойчивости.

THERMOELASTIC STABILITY OF COMPOSITE ANNULAR (RING-SHAPED) PLATE

M.Z. Poghosyan

National University of Architecture and Construction of Armenia

Keywords: composite annular plate, stability, critical temperature, axisymmetry

The problem of thermoelastic stability of free-edged axisymmetric annular composite plate of constant thickness is considered. Approximate method is used to evaluate the critical values of temperature based on the hypothesis of rigid cross-sections

It is accepted that losing stability the plate maintains its axisymmetry _ the middle surface obtains the shape of a truncated cone. As a result of investigation, calculation formula has been suggested to define critical values of thermal deformations.

Graphs have been plotted with the help of which it is possible to determine the geometrical and physical-mechanical parameters for maximum stability.

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Պողոսյան Մ.Զ. Տարատեսակ տարրերից կազմված կառուցվածքների ամրությունը: Տեխն. գիտ. ... դոկտ. գիտ. աստ. հասցման ատենախոս.: Ե. 23. 04- «Շինարարական մեխանիկա».- Երևան, 2010.- 234 էջ:
2. Պողոսյան Մ.Զ. Բարակապատ օղակաձև սկավառակի կայունության հետազոտման ինժեներական եղանակ // Հայաստանի շինարարների տեղեկագիր,- 2006.- № 11/12.- էջ 29-32:
3. Аветисян А.С., Алексанян Д.Р. Об одной задаче термоупругой устойчивости составной круговой кольцевой пластинки // Докл. НАН Армении. -2006.-Т.106, №2 - С. 136-143.

Աշխատանքն իրականացված է ՀՀ պետական բյուջեից գիտական և գիտատեխնիկական գործունեության բազային ֆինանսավորմամբ «ՀՀ ջրային համակարգերի պահպանում, զարգացում և կատարելագործում» ծրագրի շրջանակներում:

Ներկայացվել է՝ 28.09.2015 թ.
 Շնորհվել է տպագրության՝ 06.11.2015 թ.